



Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра системного программирования

Слайновые словари и алгоритмы разреженной аппроксимации

Автор: Дулетов Дмитрий Евгеньевич
Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. А.А. Макаров
Рецензент: инженер-программист Ю.В. Каменев

3 июня 2022 г.

- Разреженная аппроксимация
- Области практического применения
 - ▶ Обработка аудио-, видео-, графической информации
 - ▶ Задача сжатия и восстановления сигнала
 - ▶ Очистка от шумов
 - ▶ Библиотека GlobalBioIm

Постановка задачи

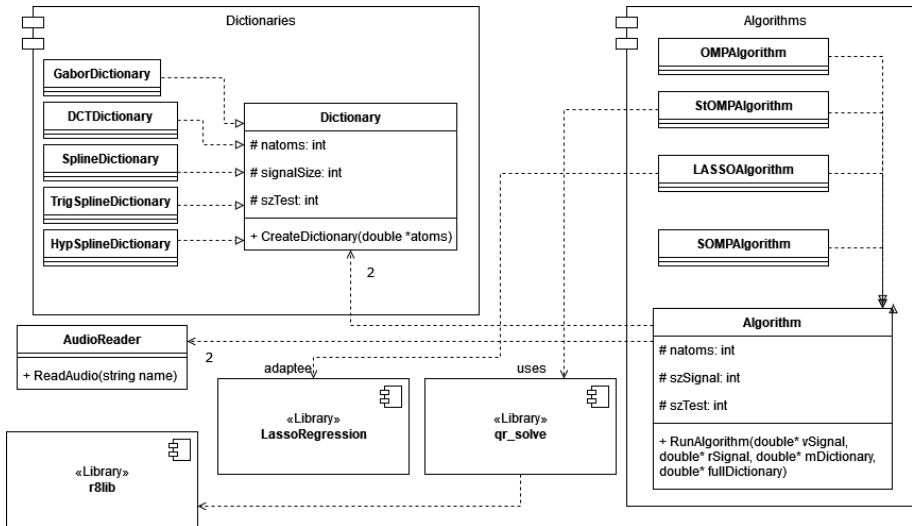
Целью работы является проведение ряда экспериментов по сравнению точности разреженной аппроксимации, основанной на словарях сгенерированных по разным сплайн-функциям и разработка эффективного алгоритма разреженной аппроксимации, основанного на сплайновых словарях.

Задачи:

- Изучение существующих работ в области разреженной аппроксимации и используемых в них алгоритмах
- Ускорение используемых алгоритмов при помощи параллельных вычислений
- Разработка нового алгоритма разреженной аппроксимации для использования преимуществ сплайновых словарей
- Подготовка набора тестовых сигналов и проведение численных экспериментов

- Алгоритмы
 - ▶ Lasso
 - ▶ Orthogonal Matching Pursuit
 - ▶ Stagewise Orthogonal Matching Pursuit
- Словари
 - ▶ Словарь Габора
 - ▶ Словарь DCT
 - ▶ Словарь основанный на В-сплайнах
 - ▶ Минимальный сплайновый словарь

- Написан генератор словарей, поддерживающий словари Габора, DCT, В-сплайновый и два минимальных сплайновых
- Улучшен алгоритм OMP при помощи библиотеки параллельной обработки OpenMP
- Разработан и написан собственный алгоритм SOMP



- Для выбора атомов используем метод двух указателей, позволяющий пройти все атомы всего один раз, на каждой итерации
- Выбранные атомы обрабатываются одновременно при помощи стандарта OpenMP в разных потоках

Скорость работы

Ниже представлена скорость работы алгоритмов для функции $\arctan(10 \cdot x)$ длиной 50 000 точек и словаря гиперболических сплайнов.

Алгоритм	Время работы
OMP	171,3 с
OMP 2 потока	106,3 с
OMP 4 потока	72,5 с
SOMP	31,4 с
SOMP 2 потока	26,8 с
SOMP 4 потока	23,4 с

- На этапе экспериментов с синтетическими данными максимальное количество точек было расширено до 100 000
- Увеличение избыточности сплайновых словарей позволили достичь следующего улучшения для функции $\arctan(10 \cdot x)$ на 10 000 точек

Словарь	Ошибка RMSE
Старый	0.021431
Избыточный	0.000253

Результаты экспериментов

Ниже представлена ошибка RMSE для аппроксимации функции $\arctan(10 \cdot x)$ на разной длине сигнала при помощи алгоритма OMP, полученной для разных словарей.

Словарь	100 точек	1000 точек	10^5 точек
gabor	0.0029	0.0016	0.0014
DCT	0.0024	0.00061	$5.2 \cdot e^{-6}$
B-Spline	0.00068	$2.65 \cdot e^{-6}$	$4.23 \cdot e^{-7}$
Hyр Spline	0.00067	$2.9 \cdot e^{-6}$	$4.23 \cdot e^{-7}$
Trig Spline	0.00068	$2.53 \cdot e^{-6}$	$4.22 \cdot e^{-7}$

- Был подготовлен датасет из 12000 разнообразных аудиофайлов формата wav, с записями речи и коротких звуков
- На аудиосигналах сплайновые словари показали большую точность, чем словарь DCT
- В таблице ниже приведена ошибка RMSE для файла Black_Hole_Billiards.wav

Словарь	Ошибка
DCT	0.8178
B-Spline	0.7892
Hyр Spline	0.7869
Trig Spline	0.7874

- Изучены работы в области разреженной аппроксимации и использующихся в них алгоритмах
- Ускорены используемые алгоритмы при помощи параллельных вычислений
- Разработан новый алгоритм разреженной аппроксимации для использования преимуществ сплайновых словарей
- Подготовлен набор тестовых сигналов и проведены численные эксперименты