Оптимизация распределения сенсоров между источниками сигналов

Леонова Анна Васильевна, студентка 441 гр.

Научный руководитель: Граничин О.Н., д.ф.-м.н., профессор
Рецензент: Иванский Ю.В., к.ф.-м.н., старший научный сотрудник

Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург

25 мая 2018

Актуальность

a)

b)

c)

d)

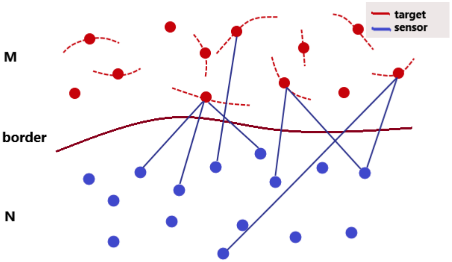
Примеры практического применения: a) видеонаблюдение в местах большого скопления людей, b) управление воздушным движением, c) информирование о ситуации в космосе, d) отслеживание передвижения животных

Цель работы

Целью работы является разработка информационно–аналитической системы для автоматизации процесса распределения целей между наблюдателями. Для достижения этой цели были сформулированы следующие задачи:

- Разработка прототипа информационно–аналитической системы с возможностями визуализации задачи, настройки различных параметров.
- Разработка структуры базы данных для хранения информации о наблюдателях, траектории цели, экспериментах (промежуточные данные и результаты).
- Сравнение алгоритмов оптимизации распределения объектов между сенсорами: полного перебора и метода на основе решения LMI (Ерофеева В.А., Граничин О.Н.: SYSID, 2018) — посредством анализа результатов моделирований.

- $M = \{1, 2, \ldots, m\}$ — набор целей
  $\{x_t^i\}_{t=0,1,2,\ldots}$, $x_t^i \in R^p$, $i \in M$ – траектория цели i
- $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ — набор датчиков
  $y_t^{i,j} \in R^d$, $i \in M$, $j \in N$ — измерения с датчика j в момент времени t, соответствующие наблюдаемой траектории цели i



Распределенная сеть из n сенсоров и m целей

Модель наблюдения

$\mathbf{x}_t^i = \left[x_t^{i,1} x_t^{i,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение объектов

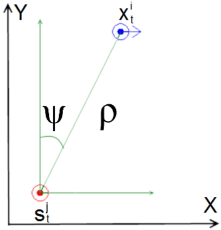
$\mathbf{s}_t^j = \left[s_t^{j,1} s_t^{j,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение наблюдателей на плоскости

$$\varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \begin{bmatrix} \psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \\ \rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2,$$

где $\psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \operatorname{arctg}\left[\frac{x_t^{i,1} - s_t^{j,1}}{x_t^{i,2} - s_t^{j,2}}\right]$ — угол азимута,

$$\rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \sqrt{(x_t^{i,1} - s_t^{j,1})^2 + (x_t^{i,2} - s_t^{j,2})^2}$$

— расстояние от местоположения сенсора до объекта



Пример наблюдения

Модель наблюдения

$\mathbf{x}_t^i = \left[x_t^{i,1} x_t^{i,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение объектов

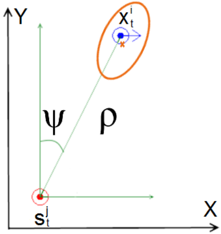
$\mathbf{s}_t^j = \left[s_t^{j,1} s_t^{j,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение наблюдателей на плоскости

$$\varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \begin{bmatrix} \psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \\ \rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2,$$

где $\psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \operatorname{arctg}\left[\frac{x_t^{i,1} - s_t^{j,1}}{x_t^{i,2} - s_t^{j,2}}\right]$ — угол азимута,

$$\rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \sqrt{(x_t^{i,1} - s_t^{j,1})^2 + (x_t^{i,2} - s_t^{j,2})^2}$$

— расстояние от местоположения сенсора до объекта



Пример наблюдения

$\mathbf{x}_t^i = \left[x_t^{i,1} x_t^{i,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение объектов

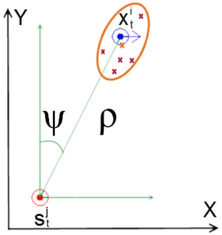
$\mathbf{s}_t^j = \left[s_t^{j,1} s_t^{j,2}\right]^\mathsf{T}$ – расположение наблюдателей на плоскости

$$\varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \begin{bmatrix} \psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \\ \rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2,$$

где $\psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \operatorname{arctg}\left[\frac{x_t^{i,1} - s_t^{j,1}}{x_t^{i,2} - s_t^{j,2}}\right]$ — угол азимута,

$$\rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{x}_t^i) = \sqrt{\left(x_t^{i,1} - s_t^{j,1}\right)^2 + \left(x_t^{i,2} - s_t^{j,2}\right)^2}$$

— расстояние от местоположения сенсора до объекта



Пример наблюдения

Доверительный эллипс задается формулой:

$$\mathcal{E}^{i,j} = \{x \in \mathbb{R}^\nu : \ (x - x_c)^{\mathrm{T}} P^{-1} (x - x_c) \leq 1\}, \ P = RR^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

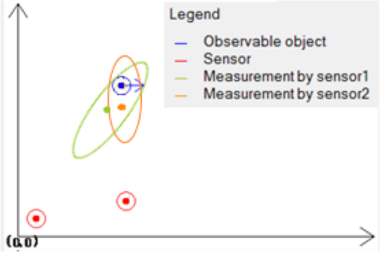
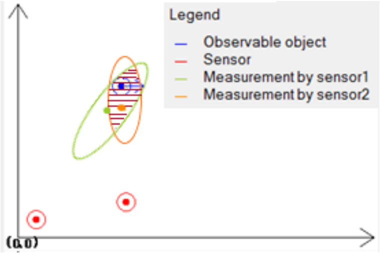


Иллюстрация доверительных эллипсоидов

Если наблюдения с независимыми гаусовскими величинами, то эллипсоид с уровнем достоверности $p \in [0, 1]$ определяется квантилями распределения χ^2 с d степенями свободы.

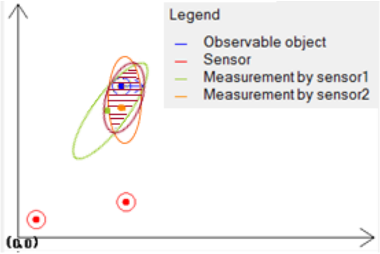
Пересечение эллипсоидов



Пересечение эллипсов

Ерофеева В.А., СОИ, 2018: Вероятность, что точка измерений принадлежит $U_i^{\{j_1^i, j_2^i\}} = \mathcal{E}^{i, j_1^i} \cap \mathcal{E}^{i, j_2^i}$ равна $1 - 3p$

Пересечение эллипсоидов



Пересечение эллипсов

Ерофеева В.А., СОИ, 2018: Вероятность, что точка измерений принадлежит $U_i^{\{j_1^i, j_2^i\}} = \mathcal{E}^{i, j_1^i} \cap \mathcal{E}^{i, j_2^i}$ равна $1 - 3p$

Формальная постановка задачи

$U_i^{\{j_1^i,..,j_{ki}^i\}} = \bigcap \mathcal{E}^{i,j_q^i}$ $\quad S$ –все наборы $\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}$ при $i = 1,\dots,m$

$$\Phi(S) = \qquad Vol(U_i^{\{j_1^i,..,j_{ki}^i\}}) \qquad \to \min_S$$

Формальная постановка задачи

$U_i^{\{j_1^i,..,j_{ki}^i\}} = \bigcap \mathcal{E}^{i,j_q^i}$ $\quad S$ –все наборы $\{j_1^i, .., j_{k_i}^i\}$ при $i = 1, \ldots, m$

$$\Phi(S) = \quad Vol(U_i^{\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}}) + \alpha|\{j_1^i, .., j_{k_i}^i\}| \to \min_S,$$

где α – «стоимость» за каждый сенсор,

$|\cdot|$ – мощность множества.

Формальная постановка задачи

$U_i^{\{j_1^i,..,j_{ki}^i\}} = \bigcap \mathcal{E}^{i,j_q^i}$ $\quad S$ –все наборы $\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}$ при $i = 1,\ldots,m$

$$\Phi(S) = \sum_{i\in M} Vol(U_i^{\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}}) + \alpha|\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}| \to \min_S, \qquad (2)$$

где α – «стоимость» за каждый сенсор,

$|\cdot|$ – мощность множества.

$G_t = [g_t^{i,j}]$ – матрица распределения ресурсов

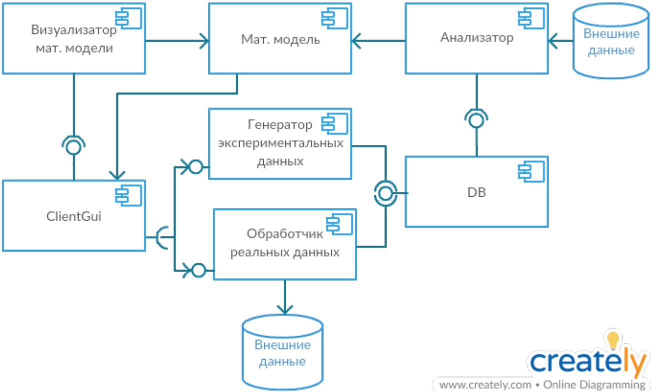
Функционал качества (Ерофеева В.А. и др. – SYSID 2018):

$$\bar{\Phi}(G_t) = \sum_{i\in M} Vol(U_i^{\{j_1^i,..,j_{k_i}^i\}}) + \alpha\sum_{i\in M} \| G_t^{i,\cdot} \|_1 \to \min_{G_t}, \qquad (3)$$

где $\|\cdot\|_1$ – l_1-«норма»: $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{\nu}|x_i|$

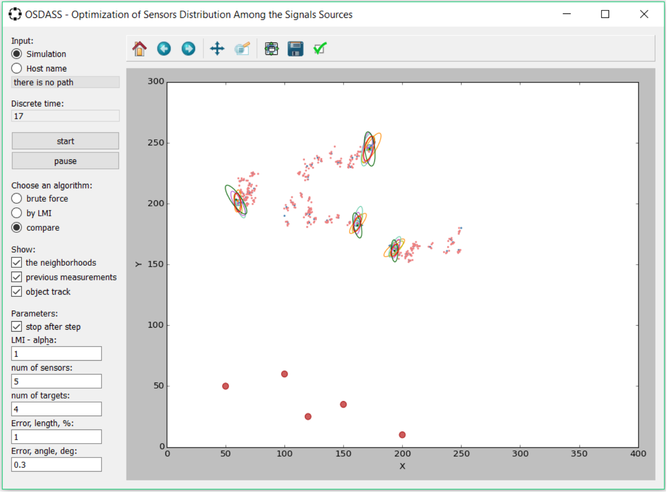
$G_t^{i,\cdot}$ — множество сенсоров, оценивающих траекторию объекта i

Прототип информационно–аналитической системы



UML-диаграмма компонентов

Прототип информационно–аналитической системы



Графический интерфейс системы

Структура базы данных

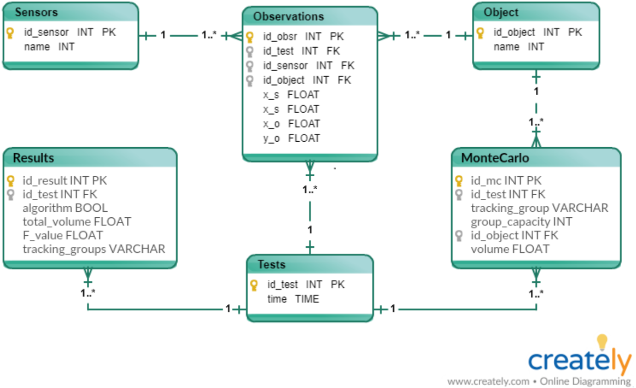


Диаграмма базы данных

Апробация

Рассмотрим $n = 5$ и $m = 4$:

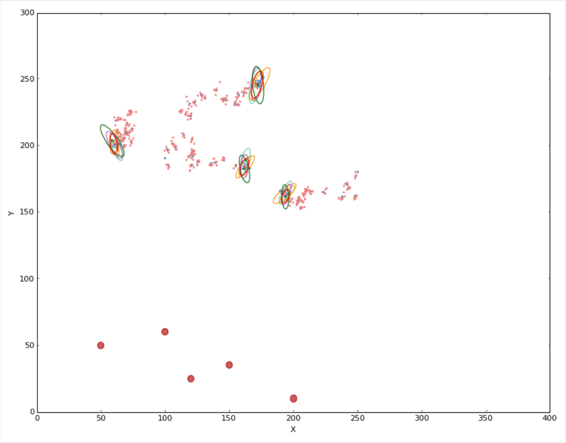
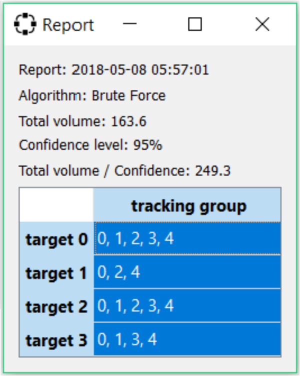
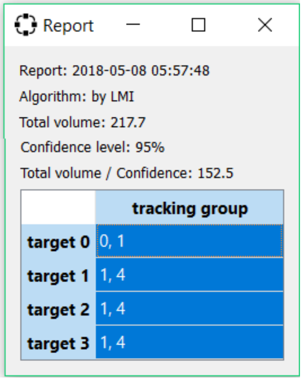


Иллюстрация эксперимента

Апробация



a)



b)

Результаты эксперимента: a) решение полного перебора, b) решение алгоритма на основе LMI

Нагрузочное тестирование

Серия	Кол–во сенсоров	Кол–во целей	Brute Force	LMI
			Мат. ожидание, с	Мат. ожидание, с
1	3	2	0.7062	0.4418
2	5	4	7.4825	1.1645
3	8	8	119.704	3.0956
4	16	16	>1200	18.2321
5	39	39	—	439.398
6	40	40	—	—

Заключение

- Реализован прототип системы для автоматизации процесса распределения целей между наблюдателями на языке Python, с возможностями графической интерпретации задачи и задания параметров как модели наблюдения, так и работы системы.
- Создана структура хранения данных, позволяющая хранить историю экспериментов.
- С помощью реализованной системы был проведен анализ работы алгоритмов посредством сравнения результатов и нагрузочного тестирования.
- Результаты представлены на международной конференции молодых ученых в концерне «Электроприбор».

$$\text{minimize} \quad \delta \tag{4}$$

при LMI-ограничениях

$$\forall i \in [1, m] \quad g_t^{i,1} \geq 0, \dots, g_t^{i,n} \geq 0,$$

$$\forall i \in [1, m] \quad \hat{A}_t^i > 0,$$

$$\forall i \in [1, m] \quad \begin{bmatrix} \hat{A}_t^i & \hat{b}_t^i & 0 \\ (\hat{b}_t^i)^T & -1 & (\hat{b}_t^i)^T \\ 0 & \hat{b}_t^i & -\hat{A}_t^i \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^{n} g_t^{i,j} \begin{bmatrix} A_t^{i,j} & b_t^{i,j} & 0 \\ (b_t^{i,j})^T & c_t^{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq 0,$$

$$\sum_{i \in M} \log\det(\hat{A}_t^i)^{-1} + \alpha \sum_{i \in M} \| G_t^{i,\cdot} \|_1 \leq \delta.$$