

Алгоритмы и программные средства управления проектами с помощью методов тропической математики

Якшин А. С.

Научный руководитель: Кривулин Н.К., д.ф.-м.н., профессор
Рецензенты: Смирнов К.К.

Цель работы

Разработка программного обеспечения
управления проектами с помощью
методов идемпотентной (тропической)
математики.

Подобные реализации

- Пузиков А.Ю. — “Разработка алгоритмов и программных средств управления проектами с использованием моделей и методов идемпотентной алгебры”, реализация библиотеки на языке Java.
- Gfan(автор — Anders Nedergaard Jensen) — библиотека тропической геометрии
- “TROPICAL LINEAR-FRACTIONAL PROGRAMMING AND PARAMETRIC MEAN PAYOFF GAMES” - MathLab реализация, сделана STEPHANE GAUBERT, RICARDO D. KATZ, SERGEI SERGEEV

Тропическая математика

X – множество, операции сложение \oplus и умножение \otimes , нуль $\mathbb{0}$ и единица $\mathbb{1}$.

- Ассоциативность сложения и умножения
- $x \oplus x = x$, (идемпотентность сложения)
- $x \otimes x^{-1} = \mathbb{1}$ (существование обратного для любого x кроме нуля)

- Дистрибутивность

Например, $R_{\max;+}$ имеет нуль $\mathbb{0} = -\infty$ и единицу $\mathbb{1} = 0$.

Критерии оптимальности

- Минимизация максимального отклонения времени завершения операций от директивных сроков
- Минимизация общего времени выполнения (makespan)
- Минимизация максимального времени цикла операций (flow time)
- Минимизация (just-in-time планирование) и максимизация разброса времени завершения операций

Типы ограничений

Ограничение	Классический вид	Идемпотентный аналог
Старт-финиш	$\max_{1 \leq j \leq n} (x_j + a_{ij}) = y_i$	$Ax = y$
Старт-старт	$\max_{1 \leq j \leq n} (x_j + c_{ij}) \leq x_i$	$Cx \leq x$
Самые ранние сроки начала	$x_i \geq g_i$	$g \leq x$
Самые поздние сроки завершения	$h_i \geq y_i$	$h \geq y$

A – матрица значений a_{ij} C – матрица значений c_{ij}

g – вектор границ времени завершения операций,

h – вектор границ самого раннего времени начала операций

Минимизация общего времени выполнения

Задача создания графика с минимальным общим временем выполнением проекта может быть сформулирована в стандартной форме как: дано c_{ij} для $i, j = 1, \dots, n$, найти x_1, \dots, x_n такие что

$$\max_{1 \leq i \leq n} \max_{1 \leq j \leq n} (x_j + c_{ij}) + \max_{1 \leq i \leq n} (-x_i).$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} \oplus \theta^{-1} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{C}) \mathbf{u}, \quad \mathbf{g} \leq \mathbf{u} \leq (\mathbf{h}^- (\mathbf{I} \oplus \theta^{-1} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \mathbf{C}))^-.$$

$$\theta = \mathbf{1}^T \mathbf{C} (\mathbf{I} \oplus \mathbf{g} \mathbf{h}^-) \mathbf{1} = \|\mathbf{C} (\mathbf{I} \oplus \mathbf{g} \mathbf{h}^-)\|$$

Стандартные подходы

- Используют методы линейного/нелинейного программирования
- Могут найти лишь частные решения или установить, что решений нет
- Поскольку решения алгоритмические, требуется каждый раз создавать новые программы
- Тяжело поддаются распараллеливанию

Программные продукты

- Microsoft Project
- Oracle Primavera
- Basecamp от 37signals
- Redmine (Jean-Philippe Lang)

Мое решение

- SaaS
- MVC*
- Адаптивно
- Легко масштабируемо

ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ








- Node.js
- Jasmine
- MongoDB
- AngularJS
- HTML5 / CSS3

Преимущества подхода

- Решения общие, находятся математически
- Простота и лаконичность реализации
- Легко распараллеливается

Пример

Не трогать, пример из статьи

	vU task			
	Сделать уроки	Даты начала: [3] [3]	Даты завершения: [7] [7]	
	Выгулять собаку	Даты начала: [4] [2]	Даты завершения: [7] [5]	
	Покормить рыбок	Даты начала: [2] [2]	Даты завершения: [5] [5]	

New task



Пример

edit task [Сделать уроки] ✕

Сделать уроки

Ограничения

Связанные задачи

(g) Самое раннее возможное время начала

3

(h) Самое позднее возможное время начала

4

(f) Самое раннее возможное время завершения

(e) Самое позднее возможное время завершения

(time) Время выполнения задачи

4

Пример

edit task [Сделать уроки] ×

Сделать уроки

Ограничения

Связанные задачи

b

c

d

Выгулять собаку

2



Покормить рыбок

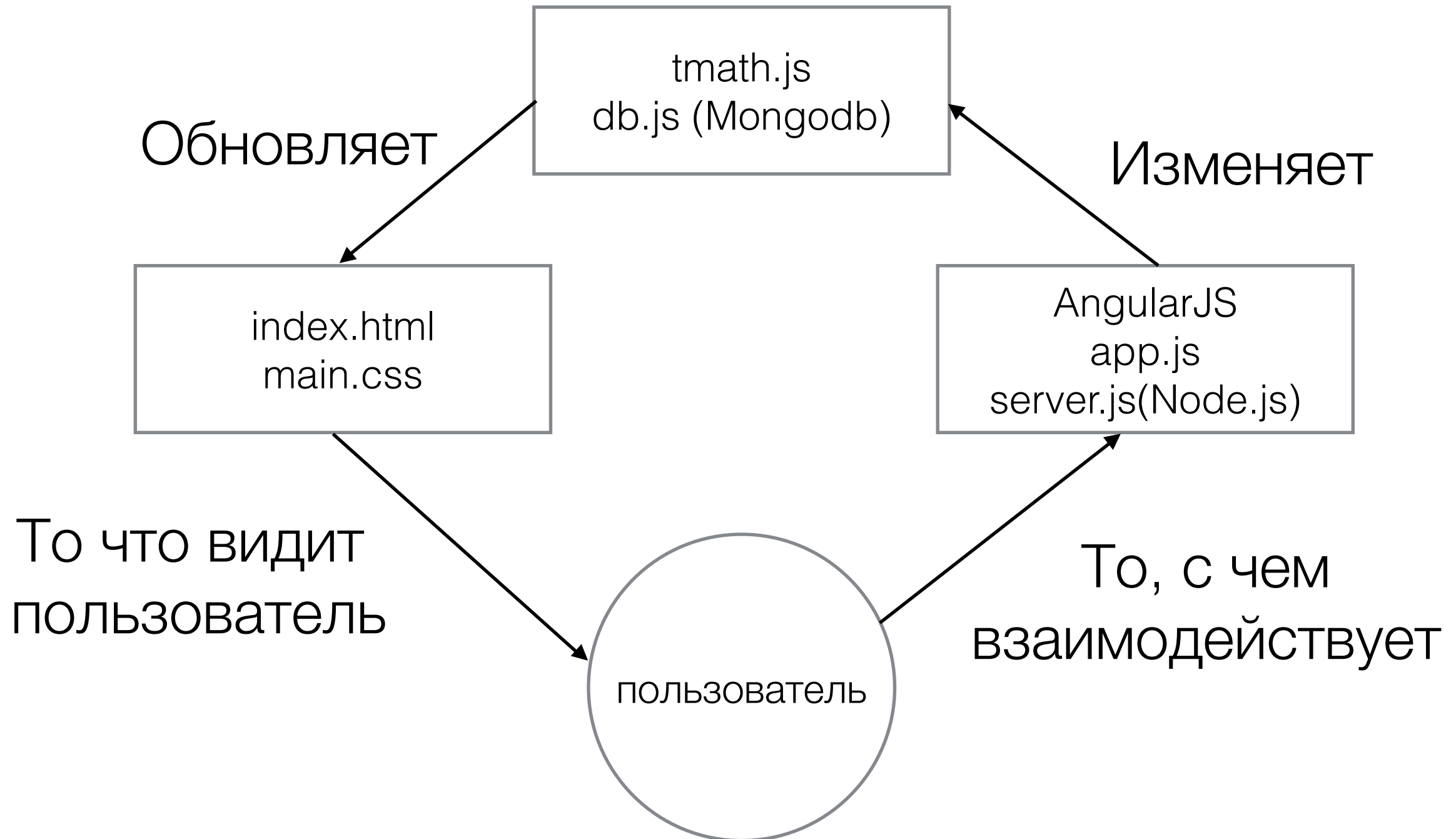


Add relation



OK

Структура



Результаты

- Написана библиотека тропической математики
- Реализован алгоритм решения задачи общего минимального времени выполнения проекта
- Реализован прототип сервиса управления проектами