Санкт-Петербургский Государственный Университет

Математико-механический факультет

Кафедра системного программирования

«Допустить к защите»______________

Заведующий кафедрой

д. ф.-м. н., профессор А. Н. Терехов

Дипломная работа

Студента 545 группы

Степанова Егора Владимировича

«Математическое обеспечение для вычисления оптимальных значений параметров регулятора встроенной системы»

Научный руководитель

д. ф.-м. н., профессор О. Н. Граничин

Рецензент

аспирант А. В. Бондарев

Санкт-Петербург – 2012

Saint-Petersburg State University
Faculty of Mathematics and Mechanics
Department of Software Engineering

"Approved for defence"______________

Head of Department
Professor A. N. Terekhov

Diploma Thesis

545th study group

Stepanov Egor Vladimirovich

Software for Computing Optimal Controller Parameters of an Embedded System

Scientific Supervisor
Professor O. N. Granichin

Reviewer
Postgraduate A. V. Bondarev

Saint Petersburg – 2012

Содержание

Введение

История компьютерных встраиваемых систем берет начало еще в 50-х годах XX века. Одной из первых таких систем был Apollo Guidance Computer, разработанный в лаборатории MIT Чарльзом Драпером. Он был собран с использованием монолитных интегральных схем для уменьшения размера и веса. С падением стоимости микропроцессоров и микроконтроллеров появилась возможность замены дорогих аналоговых компонентов микропроцессорами. К середине 80-х годов большинство внешних системных компонентов было интегрировано в один чип вместе с процессором, что стало представлять современный “вид” микроконтроллеров и позволило естественным образом программно получать данные и управлять работой отдельных составляющих системы. Позднее стали использоваться так называемые однокристальные системы (System-on-a-Chip, SoC), что привело к возможности встраивать такие системы в мобильные устройства.

Встраиваемые системы получили хорошее распространение в мире и имеют огромную область применения, к которой относятся:

- средства автоматического регулирования и управления техническими процессами, например авионика, контроль доступа, управление работой сложных устройств и систем;
- банкоматы и платежные терминалы;
- телекоммуникационное оборудование.

Центральным процессорным устройством для встроенной системы могут служить многие из современных микропроцессоров и микроконтроллеров. Конкретный вид определяется из целей и задач, выполняемых встраиваемой системой.

Совершенствуясь, встраиваемые системы становятся “интеллектуальными”, т. е. способными адаптивно управлять процессом, принимая во внимание множество реализовавшихся внутренних и внешних факторов, например, внешние помехи при получении каких-либо данных из среды. Это дает большее количество данных для управления целой системой, что существенно повышает качество ее работы. В дальнейшем вопрос остается лишь за методикой управления системой и учета внешних воздействий на нее. Для вычисления параметров управляющего воздействия таких систем используется математическая модель динамических систем, что делает возможным использование соотвествующего математического аппарата.

Динамические системы в теории управления получили широкое применение. С их помощью описываются различные природные, физические и экономические процессы. Одним из примеров может быть следующая задача. Требуется определить текущие цены активов θ_t при условии, что в каждый момент времени $t = 1, 2, ...$ можно выбирать числа $\varphi_t^{(i)}$, $i = 1, 2, ..., n$, и приобрести $\varphi_t^{(i)}$ единиц i-го актива. y_t — сумма денежных средств, которую придется потратить в момент времени t. Такая постановка может быть описана системой

$$y_t = \varphi_t^T \theta_t + v_t,$$

где v_t — помехи, независимые от φ_t и θ_t.

В дипломной работе рассматривается математическая модель линейной дискретной динамической системы, для которой предлагается метод построения нехрупкого управляющего воздействия на основе метода инвариантных эллипсоидов, а также метода построения доверительной зоны для неизвестных параметров системы.

Глава 1

Обзор литературы

Задача о подавлении неслучайных ограниченных внешних помех стали интересоваться еще в середине XX века. В частности, Б.В. Булгаков [1] занимался т.н. проблемой о накоплении возмущений. Однако в то время ученых интересовал в основном вопрос о том, каково максимальное отклонение, вызываемое произвольным ограниченным внешним шумом. Значительно позже появляются работы по компенсации ограниченных возмущений (например, [2]), в которых не предлагались методы построения оптимального регулятора.

Впервые проблема оптимального подавления неслучайных ограниченных возмущений была поставлена в работе Е.Д. Якубовича [3], где также предлагалось решение для некоторых частных случаев. Решение для общего случая было предложено О.Н. Граничиным и А.Е. Барабановым в работе [4], позднее — М. Далехом и Дж. Пирсоном в работе [5]. Эти работы были основополагающими так называемой теории l_1-*оптимизации*. Также получили большое распространение методы динамического программирования для решения подобных проблем ([6], [7]).

Методы *эллипсоидного оценивания* широко используются в задачах теории оценивания, фильтрации и минимаксного управления в динамических системах с неопределенностями. Фундаментальные работы по этой теме были написаны Ф. Швеппе [8], А.Б. Куржанским [9], Д. Бертсекасом и И. Родесом [6], [7].

Концепция инвариантности (см. [10]) довольно активно применяется в теории динамических систем и автоматического управления. Эллипсоиды зачастую выделяются из множества форм инвариантных множеств в связи с их простой структурой. В качестве технических средств используется аппарат линейных матричных неравенств и полуопределенного программирования (Semidefinite Programming, SDP). В работе [11] М.В. Хлебниковым предложен метод построения *нехрупкого* регулятора линейного объекта управления в целях подавления ограниченных внешних возмущений на основе метода инвариантных эллипсоидов. Для построения метода автор использует технику LMI.

Проблема построения нехрупкого стабилизирующего регулятора была впервые поднята С. Бхаттачарией и Л. Килем в работе [12]. Авторами на различных примерах показали, что при малом возмущении параметров регулятора оптимальная система может стать неустойчивой. Впоследствии тема "хрупкости" была развита и появилось большое число развивающих данную тематику работ ([13],[14] и др.). В таких работах было обозначено, что причина возникновения вариации параметров регулятора может возникать, главным образом, по двум причинам: 1) по причине неточностей при вычислении параметров регулятора и 2) при дополнительной "подстройке" параметров регулятора в процессе использования. Д.В. Баландин и М.М. Коган в статье [15] рассматривали метод построения хрупких регуляторов на основе аппарата линейных матричных неравенств (Linear Matrix Inequalities, LMI), предполагая, что внешние возмущения отсутствуют.

Кроме того, достаточно актуальной является задача о построении доверительного множества для параметров линейной динамической системы. Распространенный подход к получению доверительных областей заключается в применении асимптотической теории идентификации систем (см. [16]). Одним из минусов данного подхода является то, что асимптотические оценки, полученные с его помощью, являются состоятельными, когда количество данных стремится к бесконечности. Для малых наборов данных такие оценки вовсе теряют актуальность.

Зачастую при идентификации систем используются bootstrap-методы ([17], [18]). Их идея состоит в том, что если конечная выборка наблюдаемых ошибок предсказания — хорошая репрезентативная выборка помех, то можно в соответствии с полученной эмпирической функцией распределения, получить достаточное количество данных для применения асимптотических методов.

В дипломной работе соединены два подхода: метод построения нехрупкого регулятора для линейного объекта управления, а также предложенный О.Н. Граничиным метод построения неасимптотического доверительного множества для параметров линейного объекта управления при произвольном внешнем возмущении ([19]), разработанный в рамках схемы "исключение областей знакодоминирующих корреляций" (Leave-out Sign-dominant Correlation Regions, LSCR), активно используемой М. Кампи в работах [20], [21].

Глава 2

Математические основы

2.1. Постановка задачи

Рассмотрим линейный объект управления

$$y_t + a_1 y_{t-1} + ... + a_{n_a} y_{t-n_a} = b_l u_{t-l} + ... + b_{n_b} u_{t-n_b} + v_t, \tag{2.1}$$

где $t = 1, ..., N$ — дискретное время, $u_t \in \mathbb{R}$ — управление (вход) и $y_t \in \mathbb{R}$ — состояние (выход). Внешний ограниченный шум

$$v_t \in \mathbb{R}: \ \|v_t\| \leqslant 1, \ \forall t \geqslant 0 \tag{2.2}$$

описывает совокупность внешних источников возмущения, независимых от u_t и вызывающих вариации по состоянию (y_t). Обозначим

$$x_t = \begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-n_a} \end{pmatrix}, \ u_{t-l} = \begin{pmatrix} u_{t-l} \\ u_{t-l-1} \\ \vdots \\ u_{t-n_b} \end{pmatrix}, \ A = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n_a} \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_l & b_2 & \dots & b_{n_b} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнение для объекта управления (2.1) можно переписать в виде:

$$x_t = Ax_{t-1} + Bu_{t-l} + Dv_t. \tag{2.3}$$

В работе рассмотрен робастный вариант построения нехрупкого регулятора (см. [11]) для подавления внешних возмущений, т. е. один из параметров динамической системы обладает некоторой ограниченной неопределенностью:

$$x_t = (A + \delta_A)x_{t-1} + Bu_{t-l} + Dv_t, \tag{2.4}$$

где матричная неопределенность δ_A удовлетворяет соотношению

$$\delta_A = \begin{pmatrix} \delta_{a_1} & \delta_{a_2} & \dots & \delta_{a_{n_a}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \|\delta_A\| \leqslant \gamma_a. \tag{2.5}$$

Определение 1. Назовем множество

$$\mathcal{E}_x = \left\{x \in \mathbb{R}^n : \ (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \leqslant 1\right\}, \ P \succ 1$$

эллипсоидом с центром в $x_c \in \mathbb{R}^n$. Например,

$$\mathcal{E}_x = \left\{x \in \mathbb{R}^n : \ x^T P^{-1} x \leqslant 1\right\} \tag{2.6}$$

суть эллипсоид с центром в начале координат.

Определение 2. Эллипсоид $\mathcal{E}_x$ называется инвариантным (по состоянию) для замкнутой линейной системы, соответствующей системе (2.4), если $x_0 \in \mathcal{E}_x \Rightarrow x_t \in \mathcal{E}_x$ $\forall t \geqslant 0$ и для любого внешнего шума со свойствами, описанными выше.

Несложно показать, что инвариантный эллипсоид является аттрактором для динамической системы. Мы будем рассматривать инвариантные эллипсоиды как характеристику влияния внешнего шума на траекторию системы. Если $\mathcal{E}_x$ — инвариантный эллипсоид (2.6) и $x_0 \in \mathcal{E}_x$, то управляемое состояние x_t принадлежит этому эллипсоиду, называемому ограничивающим по состоянию. Если же $x_0 \notin \mathcal{E}_x$, то x_t стремится к этому эллипсоиду с увеличением времени t. Критерием минимальности ограничивающего по состоянию эллипсоида будем считать критерий следа:

$$f(P) = TrP. \tag{2.7}$$

Нетрудно заметить, что след матрицы P соответствует сумме квадратов полуосей эллипсоида $\mathcal{E}_x$. Таким образом, задача оценки степени влияния внешних ограниченных помех на состояние x_t системы (2.4) сводится к нахождению минимального по критерию (2.7) ограничивающего эллипсоида (2.6). В частности, если состояния x_t — скаляры, то оцениваться будет максимальное по модулю значение x_t.

Важным моментом является построение *нехрупкого регулятора* K в виде статической линейной обратной связи по состоянию

$$u_t = Kx_t \tag{2.8}$$

таким образом, чтобы возмущенный регулятор $K + \delta_K$ при любых δ_K : $\|\delta_K\| \leqslant \gamma_K$ стабилизировал замкнутую систему (1) и оптимально подавлял воздействие внешних возмущений v_t. Величина γ_K (*запас нехрупкости*) задает размер области нехрупкости регулятора K. Точнее говоря, задача состоит в построении такого регулятора K, чтобы $\forall \delta_K : \ \|\delta_K\| \leqslant \gamma_K$ и при любых внешних возмущениях $v_t : \ \|v_t\| \leqslant 1 \ \forall t \geqslant 0$, состояние x_t системы (2.4) было малым в смысле критерия следа (2.6).

В рассматриваемой постановке задачи запас нехрупкости считается заданным. Если γ_K слишком велико, то задача нможет оказаться неразрешимой. Это значит, что при таком запасе нехрупкости невозможно стабилизировать систему и величину γ_K следует уменьшить.

Решение поставленной задачи о нахождении параметров регулятора сводится к решению задачи полуопределенного программирования (Semidefinite Programming, SDP) с ограничениями в виде линейных матричных неравенств (Linear Matrix Inequalities, LMI).

Постановка задачи построения доверительного множества состоит в том, чтобы, используя конечное число данных о входах и выходах, полученных в моменты времени $t = 1, 2, ..., N$, определить доверительную область $\hat{\Theta}$, которой с заданной вероятностью принадлежит значение зашумленного параметра $\theta_* = (a_1 + \delta_{a_1})$. Также, область $\hat{\Theta}$ должна быть построена без использования каких-либо априорных знаний об уровне, распределении или корреляции помех.

Итак, общая задача подавления внешних ограниченных возмущений, рассматриваемая в работе, состоит в построении такого регулятора для объекта управления (2.1), что

$$\overline{\lim_{t\to\infty}} y_t \to \min .$$

2.2. Построение нехрупкого регулятора

Рассмотрим линейную дискретную систему

$$x_{t+1} = (A + \delta_A)x_t + Bu_t + Dv_t, \tag{2.9}$$

с некоторым начальным состоянием $y_0 \in \mathbb{R}^n$, где $A \in M(n, n, \mathbb{R})$, $B \in M(n, p, \mathbb{R})$, $D \in M(n, m, \mathbb{R})$ $x_t \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы, $u_t \in \mathbb{R}^p$ — управление, $v_t \in \mathbb{R}^m$ — внешнее возмущение, удовлетворяющее ограничению (2.2), матричная неопределенность δ_A удовлетворяет соотношению (2.5).

В работе [11] М. Хлебниковым описывается следующий результат:

Теорема 1. Решение $\hat{R}, \hat{P}, \hat{Y}$ задачи минимизации $TrR \to \min$ при линейных матричных ограничениях

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & (AP+BY)^T & 0 & P & P \\ AP+BY & -P+\gamma_a^2\varepsilon_1 E+\gamma_K^2\varepsilon_2 BB^T & D & 0 & 0 \\ 0 & D^T & -(1-\alpha)E & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & -\varepsilon_1 E & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 E \end{pmatrix} \leqslant 0, \qquad (2.10)$$

$$\begin{pmatrix} -R & -P & 0 \\ -P^T & -P & P \\ 0 & P & \varepsilon_3 E \end{pmatrix} \leqslant 0 \qquad (2.11)$$

относительно матричных переменных $P \in M(n,n,\mathbb{R}), R \in M(n,n,\mathbb{R})$, $Y \in M(n,n,\mathbb{R})$ (матрицы R и P — симметричные), скалярных переменных $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ и скалярного параметра α, определяет матрицу $\hat{R}$ ограничивающего эллипсоида по состоянию системы (2.9) и статический регулятор по состоянию

$$K = \hat{Y}\hat{P}^{-1},$$

стабилизирующий систему с запасом нехрупкости γ_K. E — единичная матрица соответствующей размерности.

Заметим, что ограничения (2.10) и (2.11) можно заменить на следующее:

$$\begin{pmatrix} -\alpha P & (AP+BY)^T & 0 & P & P & 0 & 0 & 0 \\ AP+BY & -P+\gamma_a^2\varepsilon_1 E+\gamma_K^2\varepsilon_2 BB^T & D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D^T & -(1-\alpha)E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & -\varepsilon_1 E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -P^T & -P & P \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P & \varepsilon_3 E \end{pmatrix} \leqslant 0. \qquad (2.12)$$

Отметим, что при фиксированном параметре α задача минимизации является задачей полуопределенного программирования (SDP). Утверждения, аналогичные теореме 1 можно получить также в случае, когда матричные неопределенности содержатся в матрицах B и D.

2.3. Построение доверительного множества для неизвестного параметра дискретной системы

Рассмотрим линейную систему

$$y_t + (a_1 + \delta_a)y_{t-1} + ... + a_{n_a}y_{t-n_a} = b_l u_{t-l} + ... + b_{n_b}u_{t-n_b} + v_t. \qquad (2.13)$$

Задача — для конечной последовательности шагов $t = 1, 2, ..., N$, по последовательности наблюдаемых состояний $\{y_t\}$ и последовательности выбираемых входов $\{u_t\}$ построить доверительную область $\hat{\Theta}$, которой с заданной вероятностью принадлежит значение зашумленного параметра динамической системы.

Уравнение для объекта управления (2.13) можно записать в следующем виде:

$$y_t = G_*(z^{-1})u_t + v_t, \qquad (2.14)$$

где z^{-1} — оператор сдвига на такт: $z^{-1}u_t = u_{t-1}$. $G_*(z^{-1})$ — передаточная функция из множества передаточных функций с параметром θ: $G_*(z^{-1}) = G(\theta_*, z^{-1}) \in G(\theta, z^{-1})$. Известна структура класса $G(\theta, z^{-1})$, но значение θ_* неизвестно. Предположим, что передаточная функция представима в виде

$$G_*(z^{-1}) = \frac{B_*(z^{-1})}{A_*(z^{-1})},$$

где

$$A_*(z^{-1}) = 1 + z^{-1}(a_1 + \delta_a) + \ldots + z^{-n_a}a_{n_a},$$

$$B_*(z^{-1}) = z^{-l}b_l + z^{-l-1}b_{l+1} + \ldots + z^{-n_b}b_{n_b},$$

n_a и n_b — порядки модели по выходу и управлению соответственно, l — запаздывание в управлении. Параметр $\theta_* = (a_1 + \delta_a)$ неизвестен.

2.3.1. Управления с пробным возмущением

Будем считать, что $N = 2 \cdot N_\Delta$. Выберем $\Delta_0, \Delta_1, ..., \Delta_{N_\Delta - 1}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, называемых далее пробными возмущениями, удовлетворяющих свойству $\forall n = 0, ..., N_\Delta - 1$ $\mathbb{E}\{\Delta_n\} = 0$. Также, эти случайные величины должны быть независимыми от последовательности внешних помех $\{v_t\}$. Управления $\{u_t\}$ будем формировать следующим образом:

$$u_{2n+i-l} = \begin{cases} \Delta_n + \bar{u}_{2n-l}, & \text{при } i = 0, \\ \bar{u}_{2n+i-l}, & \text{при } i = 1, \end{cases} \quad n = 0, ..., N_\Delta - 1, \tag{2.15}$$

где $\{\bar{u}_t\}$ — управления, определяемые по закону статической линейной обратной связи (2.8), с матрицей регулятора, получаемой с помощью решения задачи SDP, описанной в разделе 2.2.

2.3.2. Перепараметризация передаточной функции

Для моментов времени $2n$, $n = 0, ..., N_\Delta - 1$, обозначим $\bar{v}_{2n} = v_{2n} + (1 - A_*(z^{-1}))y_{2n} + (B_*(z^{-1}) - b^l z^{-1})u_{2n}$ и перепишем уравнение (2.13) в виде

$$y_{2n} = \Delta_n b^l + b^l \bar{u}_{2n-l} + \bar{v}_2 n,$$
$$y_{2n+1} = \Delta_n \theta_* + \theta_* \bar{u}_{2n-l} + b^l \bar{u}_{2n-l+1} + \bar{v}_{2n+1}.$$

2.3.3. Процедура построения доверительных областей

1. Определим предикторы как функции от θ

$$\hat{y}_{2n+k-1}(\theta) = \Delta_n \theta_k + \sum_{i=0}^{k-1} \theta_{k-i} \bar{u}_{2n+k-l-i}, \; n = 0, ..., N_\Delta - 1, \; k = 1, 2.$$

2. Обозначим ошибки предсказания

$$\xi_t(\theta) = y_t - \hat{y}_t(\theta), \; t = 1, ..., N.$$

3. По данным $\{y_t\}$ построим набор функций от θ
$$f_{2n+k-1}(\theta) = \Delta_n \xi_{2n+k-1}(\theta),\ n = 0, ..., N_\Delta - 1,\ k = 1, 2.$$

4. Выберем натуральное $M > 4$ и сконструируем $M - 1$ различных двоичных случайных строк $(h_{i,1}, ..., h_{i,N})$, $i = 1, ..., M - 1$, где элементы $h_{i,j}$ принимают значения 0 или 1 с вероятностью $\frac{1}{2}$. Вычислим эмпирические корреляции
$$g_i^k(\theta) = \sum_{n=0}^{N_\Delta - 1} h_{i,2n+k} \cdot f_{2n+k-1}(\theta),\ i = 1, ..., M - 1,\ k = 1, 2.$$

5. Выберем $q \in \left[1, \frac{M}{4}\right]$. Для $k = 1, 2$ построим области $\hat{\Theta}^k$, включая в них только те значения θ, для которых из функций $g_i^k(\theta)$, $i = 1, ..., M-1$, не меннее q строго больше нуля и не менее q строго меньше нуля.

Доверительное множество $\hat{\Theta}$ определим по формуле
$$\hat{\Theta} = \bigcap_k \hat{\Theta}^k. \tag{2.16}$$

Таким образом, доверительное множество $\hat{\Theta}$ строится за счет исключения из множества таких значений параметра, для которых эмпирические корреляции $g_i^k(\theta)$ слишком часто принимают либо только положительные, либо только отрицательные значения.

Основной результат для задачи построения доверительного множества, полученный О.Н. Граничиным (см. [19]):

Теорема 2. Если выбор последовательности управлений $\{u_t\}$ не влияет на последовательность внешних помех $\{v_t\}$ и $\mathbb{P}\{g_i^k(\theta) = 0\} = 0$, $k = 1, 2$, то
$$\mathbb{P}\{\theta_* \in \hat{\Theta}^k\} = 1 - \frac{2q}{M}.$$

Следствие. В условиях теоремы 2
$$\mathbb{P}\{\theta_* \in \hat{\Theta}\} \geqslant 1 - \frac{4q}{M}.$$

2.4. Итеративное уточнение параметров регулятора линейной системы

Предлагается процедура уточнения параметров регулятора линейного объекта управления. Идея процедуры состоит в последовательном применении метода построения доверительного множества для зашумленного параметра системы, а затем в применении робастного варианта метода инвариантных эллипсоидов для вычисления параметров регулятора. Для вычисления последовательности управлений $\{\bar{u}_t\}$ (см. раздел 2.2) необходимо вычислить параметры робастного нехрупкого регулятора для системы с зашумленным параметром перед основной частью процедуры.

Итак, рассмотрим систему (2.4). Построим нехрупкий регулятор с помощью метода, описанного в разделе 2.2, после чего построим доверительное множество для значения зашумленного параметра системы. Если полученное доверительное множество $\hat{\Theta}$ окажется меньше априорного множества значений параметра, обновим информацию о регуляторе, вновь применив метод инвариантных эллипсоидов и заменив в нем значение γ_A на половину диаметра множества $\hat{\Theta}$. После замены вновь применим описанный метод построения нехрупкого регулятора. Таким образом, возможно уточнение параметров нехрупкого регулятора линейного объекта управления, т. е. более строгое ограничение траектории стабилизированной при помощи этого регулятора системы.

Глава 3

Реализация

3.1. Структура пакета прикладных программ

Для реализации описанного метода был разработан пакет прикладных программ в системе MATLAB, состоящий из следующих компонентов:

1. модуль задания параметров динамической системы;

2. модуль генерации помех и пробных возмущений;

3. модуль вычисления нехрупкого регулятора системы;

4. модуль построения доверительного множества для неизвестного параметра;

5. модуль адаптации.

Решение задачи минимизации для определения параметров стабилизирующего регулятора было получено с помощью пакета *cvx* для решения задач выпуклой оптимизации, разработанного под руководством С. Бойда. Ниже приведен пример для решения задачи полуопределенного программирования:

```
function [r, p, y] = build_ellipsoid_robust(alpha, gamma_k, gamma_a, a, b, d)
cvx_begin sdp
    variables r p y eps1 eps2 eps3;
    minimize r
    subject to
        [-alpha*p, (a*p+b*y), 0, p, p;
         (a*p+b*y), -p+gamma_a*gamma_a*eps1+gamma_k*gamma_k*eps2*b*b, d, 0, 0;
         0, d, -(1-alpha), 0, 0;
         p, 0, 0, -eps1, 0;
         p, 0, 0, 0, -eps2] <= 0;

```

```
        [-r, -p, 0;
         -p, -p, p;
         0, p, -eps3] <= 0;
cvx_end
```

3.2. Результаты имитационного моделирования

В качестве модельного примера использовалась линейная дискретная динамическая система

$$x_{t+1} = (3 + \delta_{a_t})x_t - 7.5bu_t + 0.01v_t,$$

$x_t \in \mathbb{R}$ — состояние системы, $u_t \in \mathbb{R}$ — управление, v_t — внешний ограниченный шум, удовлетворяющий условию $|v_t| \leqslant 1$. Начальное условие $x_0 = -5000$.

В модельном примере величины γ_a и γ_k были приняты равными 1. Полученное решение задачи минимизации:

$$r = 8.5106e + 05,$$

$$p = 1.1333e - 06,$$

$$y = 4.5334e - 07.$$

Значение параметра статического регулятора по состоянию системы:

$$k = \frac{y}{p} = 0.4000.$$

Рис. 3.1 отображает поведение нестабилизированного объекта управления (1), а также объекта управления, стабилизируемого с помощью регулятора, полученного описанным методом (2). На рис. 3.2 изображены графики эмпирических корреляций $g_i(\theta)$, а также полученный доверительный интервал $[2.5018, 2, 5046]$, которому с вероятностью 98% принадлежит

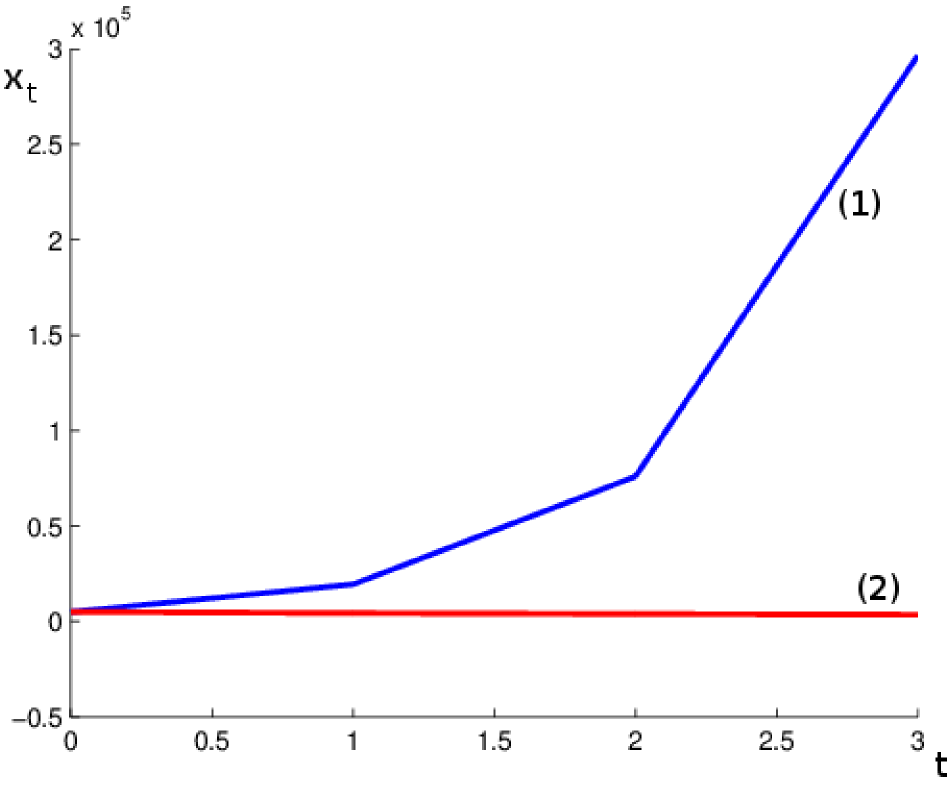

Рис. 3.1

значение неизвестного параметра. Таким образом, при выборе новых значений параметров $a = 2.5032$, $\gamma_a = 0.0014$, было получено новое решение задачи минимизации:

$$r = 1.4329e + 05,$$

$$p = -1.6143e - 07,$$

$$y = -5.3878e - 08,$$

а также соответствующее уточненное значение параметра регулятора $k = 0.3338$.

При первоначальном построении регулятора получено значение размера инвариантного ограничивающего эллипсоида, равное 1845.1301. В процессе уточнения параметров получено улучшенное значение: 757.0680. Таким образом, на примере показана возможность уточнения параметров регулятора, а также ограничивающего по состоянию эллипсоида с помощью

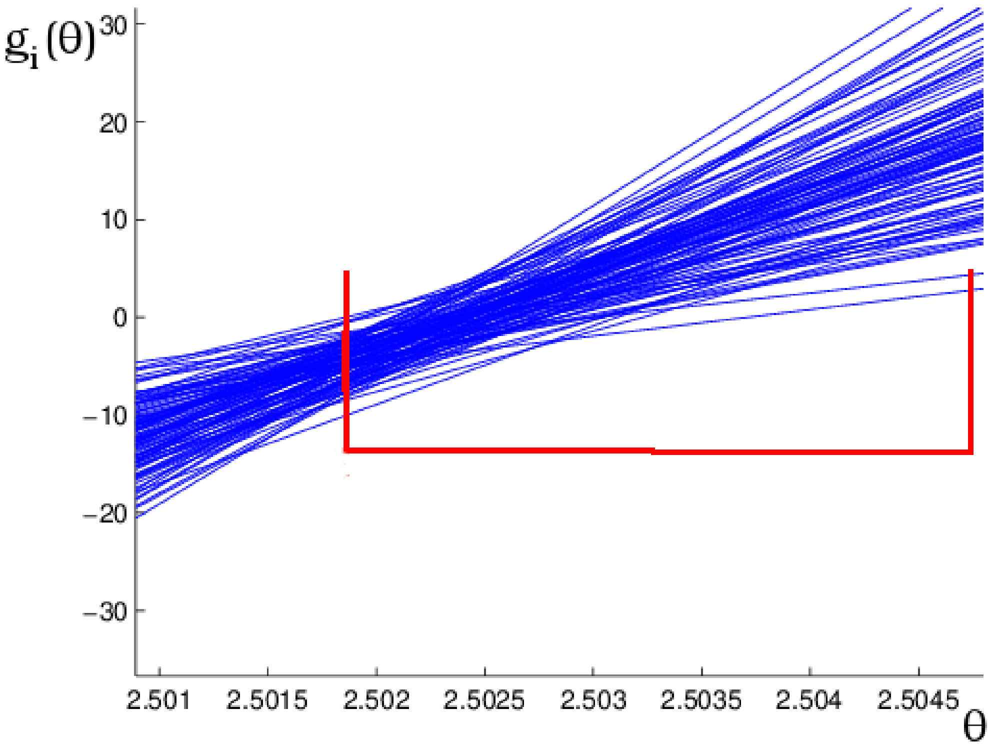

Рис. 3.2

предложенного метода.

Заключение

В работе предложен метод для вычисления параметров статического регулятора по состоянию линейной динамической системы. Рассмотрены алгоритмы построения самого регулятора, а также доверительного множества значений неизвестного параметра системы. Предложена процедура уточнения значений находимых параметров. Разработан пакет прикладных программ, реализующий предложенные методы.

Предложенные в работе методы отличаются достаточной простотой, работоспособностью, достаточно низкими показателями времени работы. Такие алгоритмы достаточно хорошо зарекомендовали себя на практике, что делает естественным их использование при создании “интеллектуальных” встроенных систем.

Литература

1. Булгаков Б. В. О накоплении возмущений в линейных колебательных системах с постоянными параметрами // ДАН СССР. 1946. Т. 5. Вып. 5. С. 339–342.

2. Уланов Г. М. Динамическая точность и компенсация возмущений в системах автоматического управления. Москва: Машиностроение, 1971. 318 с.

3. Якубович Е. Д. Решение задачи оптимального управления для линейных дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 1975. Т. 9. С. 73–79.

4. Граничин О.Н., Барабанов А. Е. Оптимальный регулятор для линейных объектов с ограниченным шумом // Автоматика и телемеханика. 1984. Т. 5. С. 39–46.

5. Daleh M. A., Pearson J. B. l_1-Optimal feedback controllers for MIMO discrete-time systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1987. Vol. 32. P. 314–322.

6. Bertsekas D. P., Rhodes I. B. On the minimax reachability of target sets and target tubes // Automatica. 1971. Vol. 7. P. 233–247.

7. Bertsekas D. P., Rhodes I. B. Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty // IEEE Trans. Automat. Control. 1971. Vol. 16. P. 117–128.

8. Schweppe F. C. Uncertain Dynamic Systems. NJ: Prentice Hall, 1973.

9. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. Москва: Наука, 1977. 392 с.

10. Blanchini F. Set invariance in control — a survey // Automatica. 1999. Vol. 35. P. 1747–1767.

11. Хлебников М. В. Нехрупкий регулятор для подавления внешних возмущений // Автоматика и телемеханика. 2010. Т. 4. С. 106–119.

12. Keel L. H., Bhattacharyya S. P. Robust, Fragile or Optimal? // IEEE Trans. Autom. Control. 1997. Vol. 42. P. 1098–1105.

13. Jadbabaie A., Abdallah C., Dorato P., Famularo D. Nonfragile and Optimal Controller Design via Linear Matrix Inequalities // Proc. Amer. Control Conf. Philadelphia, USA. 1998. P. 2842–2846.

14. Yang G. H., Wang J. L. Nonfragile H_∞ Output Feedback Controller Design for Linear Systems // J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2003. Vol. 125, 1. P. 117–123.

15. Баландин Д.В, Коган М. М. Синтез грубых регуляторов на основе линейных матричных неравенств // Автоматика и телемеханика. 2006. Т. 12. С. 154–162.

16. Garatti S., Campi M.C., Bittanti S. Assessing the quality of identified models through the asymptotic theory — When is the result reliable? // Automatica. 2004. Vol. 40. P. 1319–1332.

17. Efron B. Bootstrap methods: another look at the jackknife // Annals of Statistics. 1979. Vol. 7. P. 1–26.

18. Bittanti S., Lovera M. Bootstrap-based estimates of uncertainty in subspace identification methods // Automatica. 2000. Vol. 36. P. 1605–1615.

19. Граничин О. Н. Неасимптотическое доверительное множество для параметров линейного объекта управления при почти произвольных помехах // Автоматика и телемеханика. 2012. Т. 1. С. 24–35.

20. Campi M.C., Weyer. E. Non-asymptotic confidence sets for the parameters of linear transfer functions // IEEE Trans. Automat. Control. 2010. T. 55, 12. C. 2708–2720.

21. Campi M.C., Weyer. E. Guaranteed non-asymptotic confidence regions in system identification // Automatica. 2005. Vol. 41. P. 1751–1764.