

Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра системного программирования
Программная инженерия

Мирзазянов Глеб Романович

Метод построения мультифрактального
спектра, основанный на вычислении
функции плотности

Курсовая работа

Научный руководитель:
аспирант Куликов Е. К.

Санкт-Петербург
2020

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	5
2. Обзор предметной области	6
2.1. Предшествующие исследования	6
2.2. Описание метода	6
3. Предлагаемая реализация	8
4. Результаты работы алгоритма	10
5. Особенности алгоритма	13
Заключение	15
Список литературы	16

Введение

Фрактальный анализ — сравнительно новое научное направление, имеющее достаточно широкий спектр практических приложений. Так, один из родоначальников теории Бенуа Мандельброт предложил использовать методы фрактального анализа для изучения поведения валютных и фондовых рынков, а также для более точного измерения длин береговых линий, протяжённости государственных границ и других кривых, имеющих структуру самоподобия [2]. Одно из применений методов фрактального анализа — изучение и классификация изображений, имеющих сложную структуру. Такие изображения часто возникают в области биологии и медицины, и их исследование почти всегда требует использования нескольких методов. Разработки в этой области показали, что фрактальные и мультифрактальные методы могут быть использованы в частности для изображений, полученных методом чувствительной кристаллизации, когда к раствору хлорида меди добавляется малая доза некоторого вещества (кровь, сок, молоко, специально приготовленная взвесь из злаков, бобов, почвы и т.д.). Структура образующегося кристалла позволяет судить о состоянии добавляемых веществ, в частности определить состояние организма по кристаллу крови, или анализировать качество продуктов и почвы [1], [3].

В последние несколько лет в нашем университете исследовательской группой во главе с Н. Б. Ампиловой активно исследуется применение методов фрактального и мультифрактального анализа для получения классификационных признаков сложных текстурных изображений. К ним можно отнести метод фрактальной сигнатуры (подробнее см., например, [3] или [5]), основанный на вычислении размерности Минковского, а также ряд методов, позволяющих получить для изображения так называемый спектр фрактальных размерностей. Сложные изображения как правило являются мультифракталами, т.е. состоят из нескольких фрактальных подмножеств, которые расположены сложным, взаимопроникающим образом. Набор фрактальных размерностей этих подмножеств и образует упомянутый спектр. Известны два вида

таких спектров: спектры Реньи и мультифрактальные. Соответственно, существуют разные способы их получения.

На данный момент хорошо известен метод получения мультифрактального спектра, основанный на вычислении так называемой функции плотности [4]. Для каждого пикселя изображения вычисляется определенная характеристика (функция плотности), и все изображение разбивается на области, которые содержат пиксели с близкими характеристиками [5]. Фактически, это вариант метода сегментации изображения на фрактальные подмножества (множества уровня). Набор фрактальных размерностей множеств уровня есть мультифрактальный спектр изображения. Получаемые числовые характеристики нередко отображают разницу в структуре изображений, позволяющую производить классификацию.

Метод хорошо зарекомендовал себя в анализе сложных изображений. Однако возможности данного метода на данный момент не до конца изучены и требуют разработки достаточно быстродействующих программ, постановки ряда экспериментов и дальнейшей апробации. Несомненный интерес представляет собой визуализация не только полученных множеств уровня, но и их представление в 3D, так как изучаемые изображения фактически являются проекциями некоторого объема на плоскость.

1. Постановка задачи

Целью данной работы является разработка программного инструментария для проведения численных экспериментов по исследованию возможностей классификации изображений с помощью мультифрактального спектра, построенного на основе функции плотности.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- Ознакомление с предметной областью: понятиями фрактального спектра, множества уровня, функции плотности, известными методами классификации изображений средствами фрактального анализа
- Анализ ранее разработанных программ для проведения данного исследования, выявление возможных ошибок, «узких мест» с точки зрения производительности
- Участие в проведении экспериментов и апробации исследуемого метода анализа изображений
- Нахождение сильных и слабых сторон алгоритма
- Подготовка докладов на студенческие конференции, а также публикации с изложением основных результатов исследования в специализированный журнал
- Расширение предоставляемого инструментария рядом возможностей, среди которых, например, построение и визуализация трёхмерных множеств уровня изображения

2. Обзор предметной области

2.1. Предшествующие исследования

Впервые метод построения мультифрактального спектра, основанный на вычислении функции плотности, был предложен в работе [4]. Авторы статьи предложили этот принципиально новый алгоритм в процессе проведения исследования по классификации изображений, в которых необходимо было игнорировать чувствительность к свету и точке обзора. При этом были предложены разные подходы к вычислению значения функции плотности в каждой из точек изображения. В статье были приведены результаты ряда экспериментов, которые, однако, не позволяют изучить возможности метода в полной мере. Помимо этого, авторы не исследовали возможности приложения метода к целому классу задач и изображений.

Возможности приложения данного метода к анализу и классификации биомедицинских изображений активно изучаются в нашем университете исследовательским коллективом во главе с Натальей Борисовной Ампиловой. Некоторые ранее полученные результаты можно найти, например, в работе [5].

Для апробации метода была разработана программа на языке C#. Инструментарий реализует алгоритм вычисления мультифрактального спектра изображения. Но из-за некоторых неудачных решений при проектировании код требовал существенного рефакторинга, а также время работы программы на достаточно больших изображениях оказывалось nepозволительно велико. В связи с этим было принято решение написать более быстрый и удобный инструмент, который позволил бы избежать этих проблем, а также предоставил бы дополнительные возможности визуального анализа.

2.2. Описание метода

Для каждой точки $x \in R^2$ обозначим за $B(x, r)$ квадрат с центром в x и “радиусом” r . Под радиусом в данном случае будем пони-

мать половину длины стороны. В качестве меры квадрата $\mu(B(x, r))$ мы используем сумму интенсивностей составляющих его пикселей. Предположим, как обычно в случае анализа фрактальных множеств, что $\mu(B(x, r)) = kr^{d(x)}$, где $d(x)$ — так называемая локальная функция плотности, k — некоторая константа. Будем изменять величину r , выбирая ее достаточно малой. Тогда функция плотности в точке x определяется следующей формулой:

$$d(x) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \mu(B(x, r))}{\log r}.$$

Эта величина характеризует степень неоднородности распределения интенсивности в окрестности точки x . Множество всех точек x , имеющих плотность α , образует множество уровня $E_\alpha = \{x \in R^2 : d(x) = \alpha\}$. На практике во избежание получения слишком большого количества множеств уровня обычно рассматривают множества $E(\alpha, \varepsilon) = \{x \in R^2 : d(x) \in [\alpha, \alpha + \varepsilon)\}$.

Множества уровня могут быть представлены бинарными изображениями, поскольку для отметки принадлежности точки множеству достаточно двух цветов. Визуализация множеств уровня позволяет лучше представить разбиение изображения на составляющие его подмножества. Важной особенностью данной реализации является представление изображения в 3D, которое является послойным изображением множеств уровня.

Мультифрактальный спектр $f(\alpha)$ исследуемого изображения вычисляется как совокупность емкостных размерностей множеств уровня.

3. Предлагаемая реализация

Новый инструментарий реализован на языке Python. Ввиду того, что картинка представляет двумерный массив, была использована библиотека NumPy для оптимизации программы, так как стандартные структуры данных сильно проигрывают по скорости работы. Возможности работы OpenCV с изображениями позволили упростить архитектуру программы и производить мгновенную конвертацию в нужный тип. При подсчете интенсивностей в окне, была использована свертка, которая реализована в библиотеке Scipy. Данный метод помог избавиться от лишнего цикла и ускориться по времени, так как Scipy реализован на языке C++.

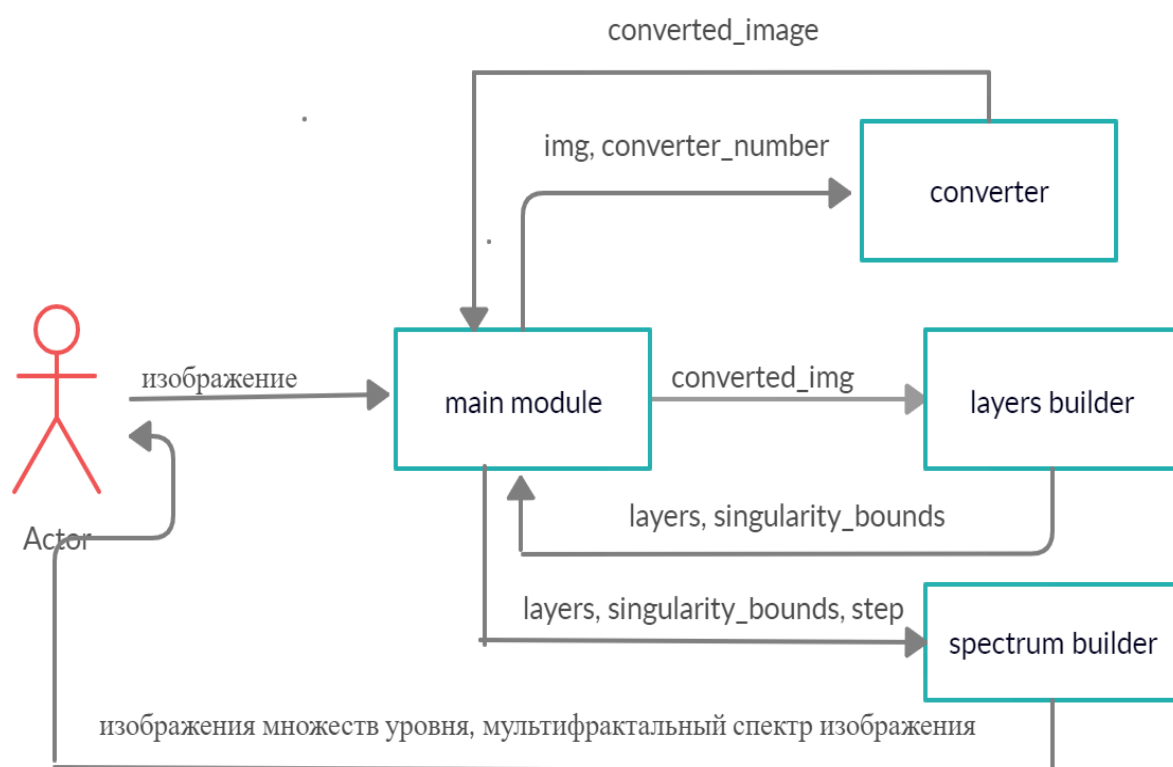


Рис. 1: Архитектура программы

На рисунке 1 показана архитектура программы, которая состоит из 4-х основных модулей: main, converter, layers builder, spectrum builder.

Задача пользователя загрузить картинку в main module, выбрать цветовую палитру и шаг (ε). Затем картинка переходит в модуль converter, в котором переконвертируется из матрицы с элементами (r, g, b) в матрицу с одним из значений: r, g, b, hsv(значение value), grayscale. Новое изображение переходит в layers builder, где с помощью локальной функции плотности строится матрица, где элементы - значения функции в данной точке. Данные разбиваются на слои и переходят в финальный модуль, где создаются изображения множеств уровня и вычисляется мультифрактальный спектр изображения.

4. Результаты работы алгоритма

Было поставлено много экспериментов, в качестве примера возьмем один из них. Результат работы алгоритма показан на примере трех изображений, представляющих собой результаты тестов кристаллизации для трех различных видов молока. (Метод кристаллизации заключается в добавлении малой дозы тестируемого вещества к раствору хлорида меди. Структура полученного кристалла позволяет судить о свойствах вещества.) На первом изображении показан результат кристаллизации для молока, которое не подвергалось дополнительной обработке (biodynamically produced raw milk, BD milk), на графиках ему соответствует обозначение BD, на второй результат для пастеризованного молока (microfiltrate homogenized and pasteurized, МНП milk, обозначение МНП), на третьей для ультрапастеризованного (ultra-heat treated milk, УНТ milk), обозначение УНТ соответственно. Все изображения имеют одинаковый размер 2016x1512 пикселей и сохранены в цветовой модели RGB.

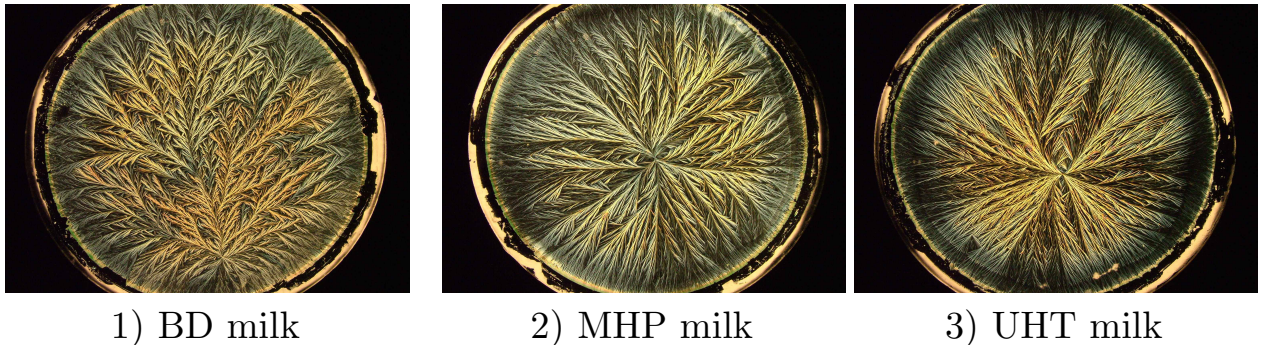


Рис. 2: Исходные изображения капли молока

Для проведения экспериментов изображения были преобразованы в монохромные путём усреднения значений компонент.

На 3 показаны мультифрактальные спектры для каждого из анализируемых изображений. По оси Ox отмечены значения функции плотности, соответствующие началу интервала $[\alpha, \alpha + \varepsilon)$, а по оси Oy — фрактальные размерности множеств $E(\alpha, \varepsilon)$. Шаг между значениями функции плотности (ε) был взят равным 0,4.

Видно, что, третий график несколько отличается от первых двух.

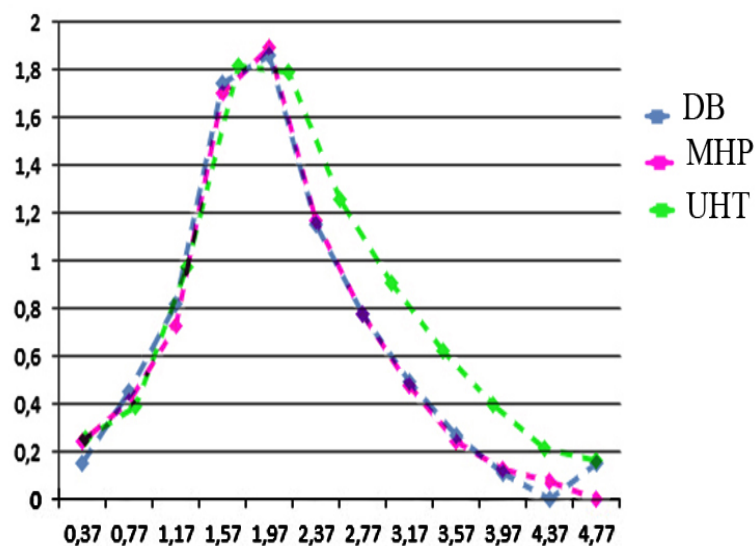


Рис. 3: Мультифрактальные спектры для изображений молока в полутоновой палитре

Таким образом, рассматриваемый метод позволил отличить структуру изображения для ультрапастеризованного молока от остальных.

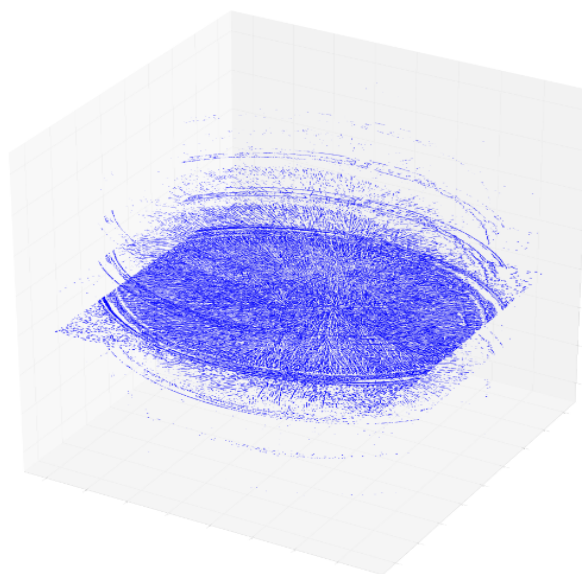


Рис. 4: 3D визуализация множеств уровня для изображения УНТ молока

На рис. 4 приведена визуализация множеств уровня изображения в трехмерном виде. Для её построения были использованы библиотеки `matplotlib` и `mpl_toolkits` для языка Python. Мы можем заметить, что большинство точек принадлежит двум-трём соседним уровням, что

подтверждается значениями их фрактальных размерностей, показанными на графике на рис. 3.

Сравним мультифрактальные спектры тех же изображений рассмотрим их G-компоненты в RGB палитре. Шаг значений функции плотности будем полагать равным 0,6. На рис. 5 видно, что все три графика отличаются друг от друга. Таким образом, были установлены различия в структуре всех трёх изображений.

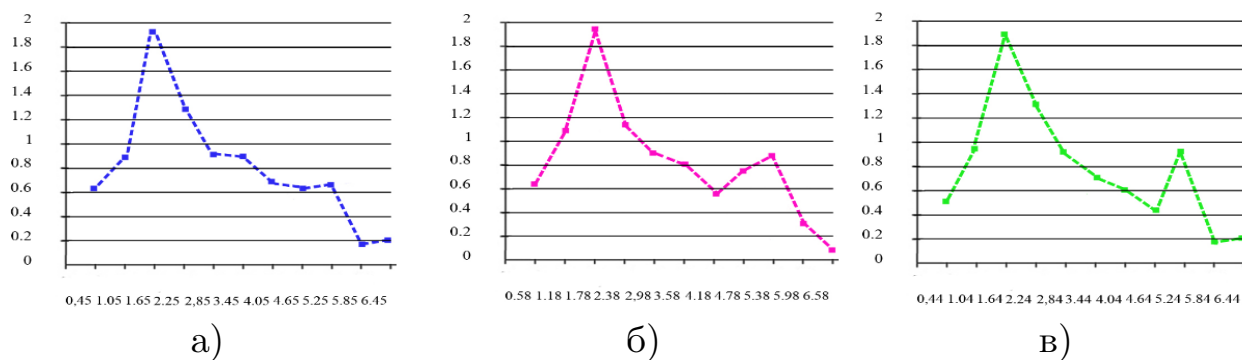


Рис. 5: Мультифрактальные спектры для G-компонент изображений BD (а), МНР (б), УНТ (в) milk

5. Особенности алгоритма

В процессе проведения численных экспериментов был выявлен ряд моментов, связанных с использованием метода, а также определены возможные направления его развития.

Поскольку алгоритм оперирует с разбиениями изображения на небольшие фрагменты прямоугольной формы, то само исходное изображение также предполагается прямоугольным. На практике изображения, полученные, например, при помощи специальных микроскопов могут содержать существенную часть информации внутри области, ограниченной окружностью, а остальная область может быть заполнена некоторым фоном. Если фон оказывается идеально чёрным, то его точки не влияют на суммарные интенсивности в прямоугольниках, а значит и на плотность в точке, однако даже небольшие отклонения в цвете фона могут оказывать определённое влияние на мультифрактальный спектр. В данный момент при проведении экспериментов с подобными изображениями сначала вручную производится очистка фона. Интересным развитием исследуемого метода было бы предоставление возможности совершать необходимую предварительную обработку с помощью специальных программных инструментов, однако данная задача представляется достаточно трудоёмкой.

Метод следует корректировать и при обработке точек, находящихся вблизи границы изображения. Поскольку для таких точек окружающий их квадрат оказывается неполным, то и значение плотности неизбежно оказывается ниже, что приводит к образованию ложных множеств уровня, составленных преимущественно из граничных точек. Одним из возможных путей решения данной проблемы может быть умножение суммарной интенсивности пикселей в таких квадратах на некоторый коэффициент, зависящий от числа фактически содержащихся в изображении его точек.

Отметим и достаточно высокую вычислительную сложность метода вычисления мультифрактального спектра с помощью функции плотности. Но при использовании подходящих средств разработки, а также

возможностей параллельных вычислений удаётся добиться обработки достаточно крупных изображений в течение нескольких минут. Среди применяемых оптимизаций отметим предварительное вычисление интенсивности всех точек изображения, обработку независимых прямоугольных областей в параллельных потоках, а также некоторые специфичные для выбранного языка программирования решения.

Заключение

В результате проведённого исследования был разработан программный инструментарий, позволяющий производить вычисление мультифрактального спектра цифровых изображений на основе функции плотности. При этом разработанное решение оказалось значительно более быстродействующим, чем ранее предложенный аналог. Программа была дополнена дополнительными возможностями визуального анализа спектра изображения.

Помимо непосредственной разработки программного инструментария с его помощью был поставлен ряд экспериментов, указывающих на перспективность метода вычисления мультифрактального спектра на основе локальной функции плотности. В процессе проведения экспериментов был выявлен ряд особенностей алгоритма, устранение влияния которых могло бы послужить его дальнейшим развитием.

Список литературы

- [1] Kokornaczyk M. O., F. Primavera R. Luneia, Baumgartner S., Betti L. Analysis of soils by means of Pfeiffer's circular chromatography test and comparison to chemical analysis results. — Biological Agriculture Horticulture, p. 1-15. — 2016.
- [2] Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature. — San Francisco, CA: Freeman. — 1982.
- [3] N.Ampilova, I.Soloviev, Barth. J.-G. Application of fractal analysis methods to images obtained by crystallization modified by an additive. — Journal of Measurements in Engineering, Vol. 7, Issue 2, 2019, p. 48-57. — 2019.
- [4] Y. Xu, H. Ji, C. Fermüller. Viewpoint invariant texture description using fractal analysis. — International Journal of Computer Vision, no. 83, p. 85–100. — 2009.
- [5] Н. Ампилова, Е. Куликов, В. Сергеев, И. Соловьев. Методы фрактального анализа в исследовании изображений биомедицинских препаратов. — Дифференциальные уравнения и процессы управления, 1,2018, с.109-125,. — 2018.