

О разреженной аппроксимации сигналов при помощи минимальных сплайнов

Дулетов Дмитрий Евгеньевич, 18.В11-мм, мат-мех СПбГУ

Научный руководитель: асп. Е.К. Куликов

Постановка задачи

- Ознакомление с предметной областью
- Проведение сравнительного анализа некоторых известных алгоритмов разреженной аппроксимации при использовании различных словарей
- Исследование возможностей улучшения качества разреженной аппроксимации путём использования словарей, элементами которых являются значения минимальных сплайнов в некоторых точках

Разреженная аппроксимация

Разреженная аппроксимация - это подход, основанный на использовании избыточного линейно независимого набора функций (словаря), из которого жадным алгоритмом выбираются наиболее подходящие элементы.

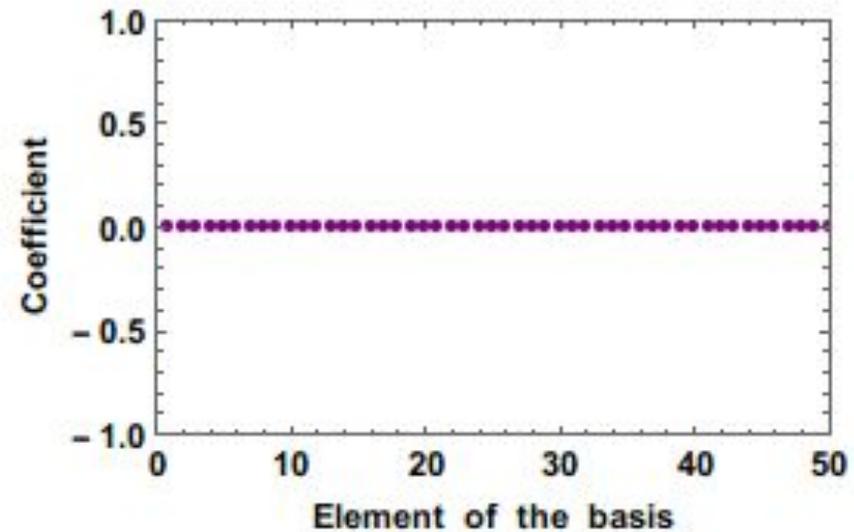
Известные алгоритмы:

- Matching Pursuit
- Orthogonal Matching Pursuit
- Stage-wise Greedy Methods
- Basis Pursuit

Orthogonal Matching Pursuit

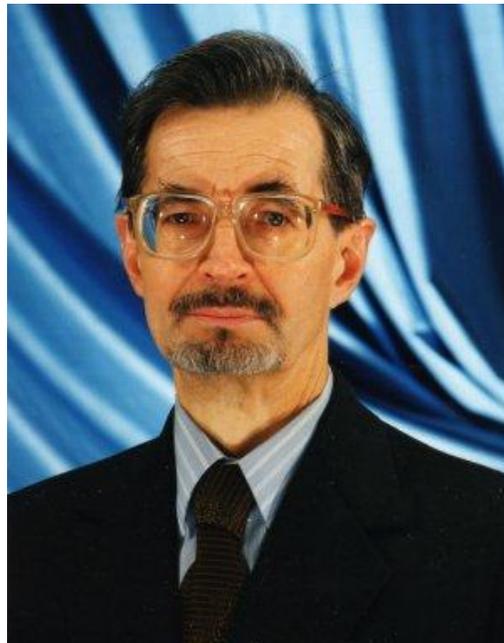
Mallat S., Zhang Z., 1993

Предназначен для выбора элементов из словаря и подсчёта коэффициентов.



Минимальные сплайны

- В качестве сплайнов для построения словарей были выбраны квадратичные минимальные сплайны
- В-сплайны являются частным случаем минимальных при $\varphi(t) = (1, t, t^2)$
- Подробно исследуются в работах Ю. К. Демьяновича, А. А. Макарова



Детали реализации

- Алгоритм **OMP** реализован на языке C++, с использованием исходных файлов авторов алгоритма (<http://www.nonlinear-approx.info/>)
- Были исправлены ошибки и произведён переход на чистый C++
- Словари генерируются с помощью программы на языке Maple (*Куликов Е. К. , Макаров А. А.*)

Численный эксперимент

$u(x) = \operatorname{arctg}(10x)$ на $[0, 1]$

Шаг исходной сетки: 0.01

Шаг сетки для аппроксимации: 0.001

Генерирующая функция	OMP	Биортогональная аппроксимация
$(1, t, t^2)$	0.05588	0.06986
$(1, \sin t, \cos t)$	0.05355	0.06838
$(1, e^t, e^{-t})$	0.05333	0.06638
$(1, \sinh t, \cosh t)$	0.05333	0.06585

Заключение

- Были найдены и исправлены ошибки в коде алгоритма OMP, произведён перенос алгоритма на чистый C++, добавлены возможности ввода и вывода
- Было проведено сравнение алгоритма OMP с методом биортогональной аппроксимации при использовании различных словарей
- Подтверждена гипотеза о возможности улучшения аппроксимации при помощи минимальных сплайнов
- Результаты работы были представлены на конференции "Современные технологии в теории и практике программирования"