



Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра системного программирования

Реализация алгоритма построения представления группы по машине Тьюринга

Кузиванов Сергей Юрьевич, 18.Б11-мм

Научный руководитель: доцент кафедры информатики, к. ф.-м. н., С. В. Григорьев

Санкт-Петербург
2021

- Теория формальных языков начала своё бурное развитие в 50-х годах прошлого века
- Применяется в анализаторах кода, парсерах и графовых базах данных
- Одно из перспективных направлений развития данной теории – изучение свойств изоморфной исходной грамматике группы
- На данный момент нет подходящего инструмента для получения группы по исходной грамматике
- При наличии такого инструмента исследователи могли бы выдвигать новые сложные теории относительно какого-либо класса грамматик и достаточно быстро проверять их на практике с помощью теоретических результатов из теории групп

Существующие решения

- В прошлом году в рамках бакалаврской дипломной работы был реализован инструмент, позволяющий по контекстно-свободной грамматике строить представление группы
- Получающееся представление группы не поддавалось анализу с помощью системы компьютерной алгебры GAP, предположительно из-за достаточно большого размера получаемого представления
- Также понадобилась поддержка конъюнктивных и булевых грамматик для расширения возможностей текущего инструмента

Постановка задачи

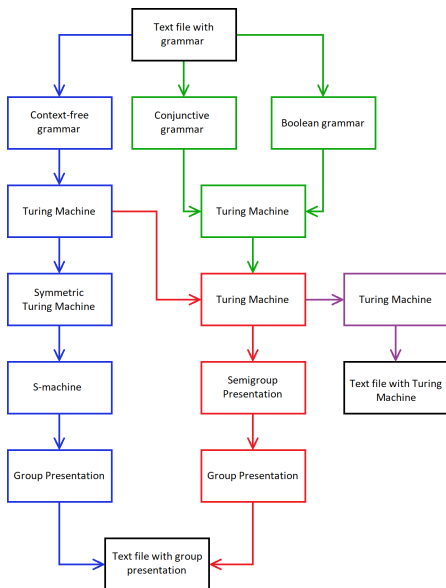
Целью данной производственной практики является расширение возможностей существующего инструмента для изучения свойств грамматик через рассмотрение представления изоморфной группы.

Задачи:

- Реализовать описанный в статье¹ алгоритм преобразования машины Тьюринга в представление группы
- Внедрить реализованный алгоритм в инструмент
- Поставить эксперименты выяснения свойств заданных конъюнктивных и булевых грамматик, используя данный инструмент и систему GAP

¹J. J. Rotman, An Introduction to the Theory of Groups

Архитектура проекта



Тестовый набор грамматик

Название	Описание
a^*	Все возможные слова над алфавитом $\{a\}$
a^+	Все слова кроме пустого над алфавитом $\{a\}$
$a?$	Пустое слово или один символ над алфавитом $\{a\}$
$a b$	Один символ над алфавитом $\{a, b\}$
abc	Единственная строка над алфавитом $\{a, b, c\}$
$ababa$	Единственная строка над алфавитом $\{a, b\}$
$a(bc)^*ba$	Регулярный язык над алфавитом $\{a, b, c\}$
$Dyck$	Язык Дика над алфавитом $\{a, b\}$
$ww^R 2s$	Язык чётных палиндромов над алфавитом $\{a, b\}$
$ww^R 4s$	Язык чётных палиндромов над алфавитом $\{a - d\}$
$ww^R 8s$	Язык чётных палиндромов над алфавитом $\{a - h\}$
$ww^R 16s$	Язык чётных палиндромов над алфавитом $\{a - p\}$

Результаты построения

Turing Machine				Semigroup Pr.		Group Pr.	
Name	Q	S	T	G	R	G	R
a^*	2	2	2	6	9	18	60
$a^?$	3	2	4	7	11	21	72
a^+	3	2	4	7	13	23	84
$a b$	3	3	6	8	19	30	140
abc	5	4	16	11	37	51	304
$a(bc)^*ba$	5	4	16	11	41	55	336
ww^R 2s v.2	10	3	21	15	64	82	455
<i>Dyck</i> v.1	9	4	23	15	88	106	712
<i>Dyck</i> v.4	12	5	25	19	91	113	828
ww^R 4s	16	5	55	23	216	242	1953
<i>Dyck</i> v.5	51	4	112	57	329	389	2640
ww^R 8s	28	9	171	39	1000	1042	13013
ww^R 16s	52	17	595	71	5832	5906	122493

Результаты уменьшения представления групп

Turing Machine	Initial Group Pr.		New Group Pr. 1		New Group Pr. 2	
	G	R	G	R	G	R
a^*	18	60	15	48	15	48
$a?$	21	72	18	60	18	60
a^+	23	84	17	54	17	54
$a b$	30	140	20	77	20	77
abc	51	304	26	112	26	112
$a(bc)^*ba$	55	336	27	120	27	120
ww^R 2s v.2	82	455	63	329	77	385
<i>Dyck</i> v.1	106	712	72	448	73	424
<i>Dyck</i> v.4	113	828	66	414	66	405
ww^R 4s	242	1953	141	1053	145	999
<i>Dyck</i> v.5	389	2640	196	1104	197	1104
ww^R 8s	1042	13013	393	4589	329	3523
ww^R 16s	5906	122493	1281	25389	889	16443

- Реализован алгоритм преобразования машины Тьюринга в представление группы на языке программирования Haskell (репозиторий с кодом на GitHub: <https://github.com/YaccConstructor/LangToGroup.git>)
- Преобразование внедрено в исходный инструмент:
 - ▶ Реализовано преобразование машины Тьюринга из изначального формата в формат, аналогичный описанному в статье
 - ▶ Реализовано преобразование представления группы в формат, понятный GAP

- Для выявления свойств исходных грамматик:
 - ▶ Уменьшено получаемое представление полугрупп для всех тестируемых машин Тьюринга
 - ▶ Проведено тестирование реализованного построения представления группы с помощью GAP
 - ▶ Применён алгоритм Кнута-Бендикса преобразования представления группы в систему переписывания строк
 - ▶ Строились для представлений групп графы Кэли и диаграммы Ван-Кампена