Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра системного программирования

Лень Ирина Александровна

Рандомизированные алгоритмы расчетов моментов отказов

Курсовая работа

Научный руководитель:
д.ф. - м.н., проф. Граничин О. Н.

Санкт-Петербург
2018

Оглавление

Введение

В настоящее время в различных отраслях промышленности разрабатывается большое количество оборудования, комплексов. С каждым годом их структура усложняется, количество компонентов увеличивается, соответственно возрастает и стоимость оборудования. Важной частью разработки является предварительный расчет надежности таких структурно-сложных комплексов и стоимости его обслуживания.

Одна из существенных задач в этой области — определение момента времени, когда в комплексе необходимо проводить техосмотр с возможной заменой нерабочих и ”уставших” (тех, которые скоро могут сломаться) элементов. Это актуально для расчетов как больших структурно-сложных систем, таких как навигационные, радиолокационные комплексы, так и более мелких компонентов, например, отдельных модулей крупных систем, радиоэлектронных схем.

Одним из методов решения этой проблемы может являться «сценарный подход», применяемый для решения широкого класса проблем, часто возникающих при работе с неопределенностями. Этот подход опирается на случайную выборку ограничений и предоставляет мощные средства для решения множества проблем проектирования систем. Его отличительная особенность заключается в том, что с использованием выборки случайных чисел может быть достаточно точно смоделировано множество всех возможных ситуаций – сценариев работы системы. Однако временные и ресурсные затраты на моделирование большого количества сценариев могут быть достаточно велики, соответственно, желательно уменьшить их количество и получить оценку уровня доверительного интервала.

Существующие программные комплексы, которые решают эту задачу, в основном являются коммерческими проектами. Это программное обеспечение решает большой класс задач, связанных с оценками и расчетами надежности систем в целом, вследствие чего его стоимость достаточно высока и его использование без прохождения предварительного обучения может вызывать затруднения. Для сложных систем с большим количеством взаимосвязей расчеты необходимых характеристик и оценок может занимать много времени (от 3-5 минут до нескольких часов).

1. Постановка задачи

Замена сразу всех элементов раз в какой-то период времени может оказаться достаточно дорогой. Вывод формулы, которая даст четкий и однозначный ответ о времени жизни комплекса, является практически невозможной задачи в силу структурной сложности систем и невозможности предугадать все возможные причины отказа. Возникают вопросы о:

1. Времени, через которое необходимо менять элементы.

2. Том, какие элементы необходимо менять.

Приблизительные ответы на эти вопросы могут дать методы имитационного моделирования. В данной работе будет исследован метод на основе сценарного подхода [4], типа метода Монте-Карло [2].

1.1. Цели

Целью курсовой работы разработка информационно-аналитической системы для поиска моментов отказов. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Разработка прототипа информационно-аналитической системы с возможностью визуализации результатов.

2. Реализовать сценарный подход, чтобы дать ответ о времени, через которое необходимо проводить проверку системы, чтобы заменить нерабочие элементы.

3. Сравнить результаты расчетов для существующих задач и проверить актуальность их решений.

2. Математическая модель

2.1. Описание математической модели

Рассматривается система из m элементов, где их взаимосвязь описана с помощью булевой функции f. Пусть λ_i – среднее время наработки на отказ i-го элемента для $i = 1..m$. Зададим допустимый показатель работоспособности системы, P, соответствующий минимальному количеству положительно завершившихся экспериментов к их общему числу. По этим параметрам производится моделирование. На выходе выдается массив времен T. Каждый j-ый элемент этого массива — время, через которое система вышла из строя на j-м испытании.

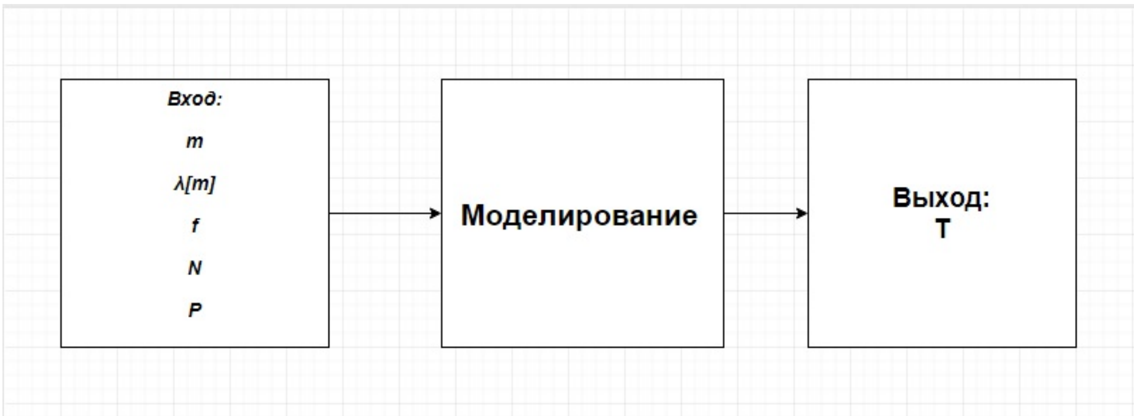

Рис. 1: Схема моделирования.

Определим как сценарий следующую последовательность действий:

1. Случайно генерируем время работы i-го элемента в текущем сценарии в соответствии с экспоненциальным законом распределения с параметром λ_i.

2. Находим время, когда система выходит из строя в первый раз, и записываем в массив T. Система считается вышедшей из строя, если в текущий момент времени t функция f принимает значение 0. (Например, это произойдет, когда элементы $x1, x2, x3, x6, x7$ выйдут из строя.)

2.1.1. Система, как булева функция

Чтобы описать взаимосвязь элементов внутри системы, в некоторых программных продуктах для расчета надежности комплексов используется такая структура, как дерево отказов.

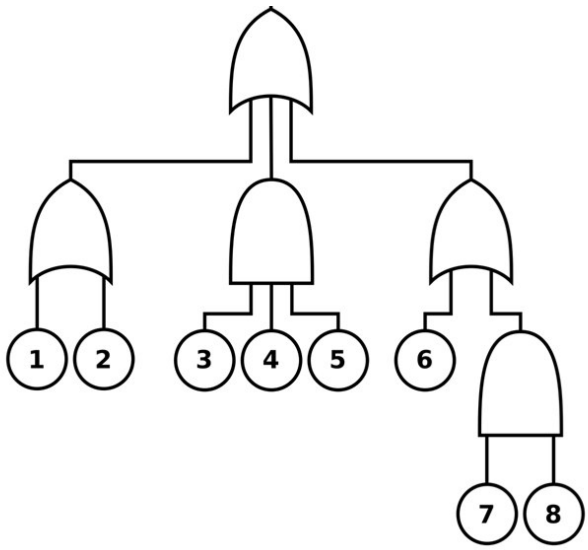

Рис. 2: Пример дерева отказов.

Листы этого дерева — элементы, а внутренние вершины — логический оператор, который связывает дочерние элементы. На Рис. 2 изображено дерево отказов, эквивалентное булевой функции

$$f = (x1\&x2)||x3\&x4\&x5||(x6||x7\&x8)$$

2.2. Описание алгоритма расчета моментов отказов

Рассмотрим следующий алгоритм на примере системы, изображенной на Рис. 2. На вход прототипу подается:

1. Количество элементов m=8
2. Среднее время наработки на отказ каждого из них $\lambda_1..\lambda_8$
3. Булева функция $f = (x1+x2)+x3x4x5+(x6+x7x8)$, связывающая элементы в системе. Формат записи булевой функции:

(a) $x1, x2, x3$ и т.д. (x и числа от 1 до m) — элементы системы

(b) $x1x2$ — конъюнкция ($x1\ AND\ x2$)

(c) $x1 + x2$ — дизъюнкция ($x1\ OR\ x2$)

(d) $x1$” — инверсия ($NOT(x1)$)

(e) () — круглые скобки

4. Допустимый показатель работоспособности $P = 0,9\ (90\%)$.

Применим алгоритм типа Монте-Карло для нахождения времени, когда система еще работает, несмотря на выход из строя одного или нескольких элементов:

1. Разыграем (сгенерируем) $N = 10000$ сценариев, используя метод Монте-Карло. В результате получим массив времен T, показывающий, через какое время вышла из строя система в i-м сценарии. Минимальное значение этого массива дает оценку гарантированного времени работы всей системы, максимальное – времени, когда все элементы прекратят функционировать.

2. Сортируем массив T по возрастанию (Рис. 3).

3. Искомое время обслуживания $T = 464$ находится на $P * N = 9000$ месте.

Точность такого решения обеспечивается большим числом проведённых испытаний. На рис. 3 изображены значения упорядоченного массива T для моделируемого примера. Для обеспечения гарантированной вероятности отказа менее 10% можно выбрать любое значение времени меньше 464. Следует отметить, что для ряда функций количество необходимых генерируемых сценариев можно сократить. В частности, для рассматриваемого примера было достаточно разыграть $7\,000$ сценариев, для получения аналогичного значения искомого времени обслуживания.

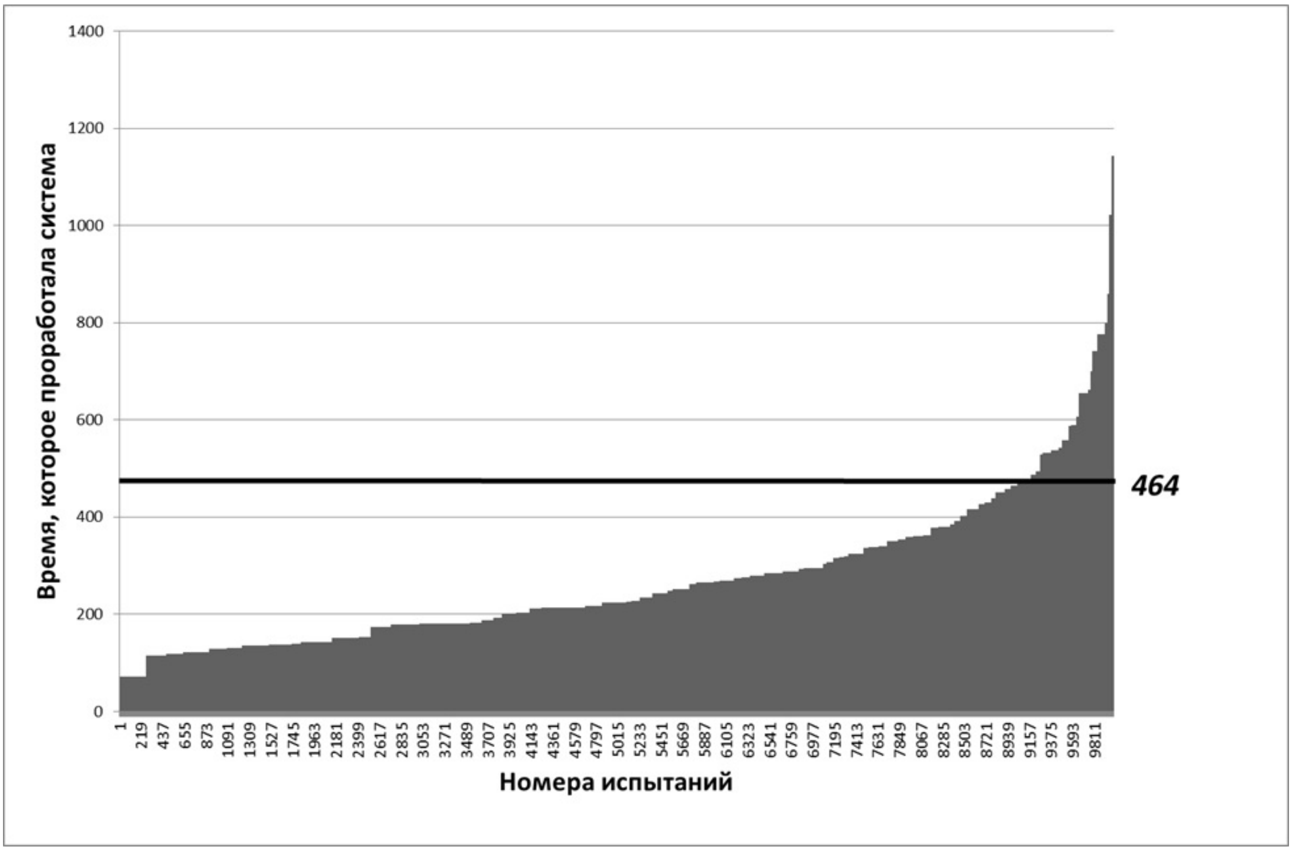

Рис. 3: Результаты моделирования для примера. Черным отмечено искомое время.

В сценарном подходе для уровня конфиденции β хотим получить $N(\beta)$ (количество сценариев, которое зависит от уровня конфиденции), при котором с вероятностью $1-\beta$ полученное число будет соответствовать уровню допустимого показателя работоспособности P.

3. Прототип системы расчетов моментов отказов

На Рис. 4 изображен пользовательский интерфейс прототипа системы расчетов моментов отказов. В верхней строчке вводится булева функция в соответствии с правилами, описанными ранее. Справа вводятся элемент и его средняя наработка на отказ. В центре изображена гистограмма, где по оси X отмечены номера испытаний, по оси Y — сколько отработала система единиц времени. Синей линией отмечено время, через которое рекомендуется менять элементы.

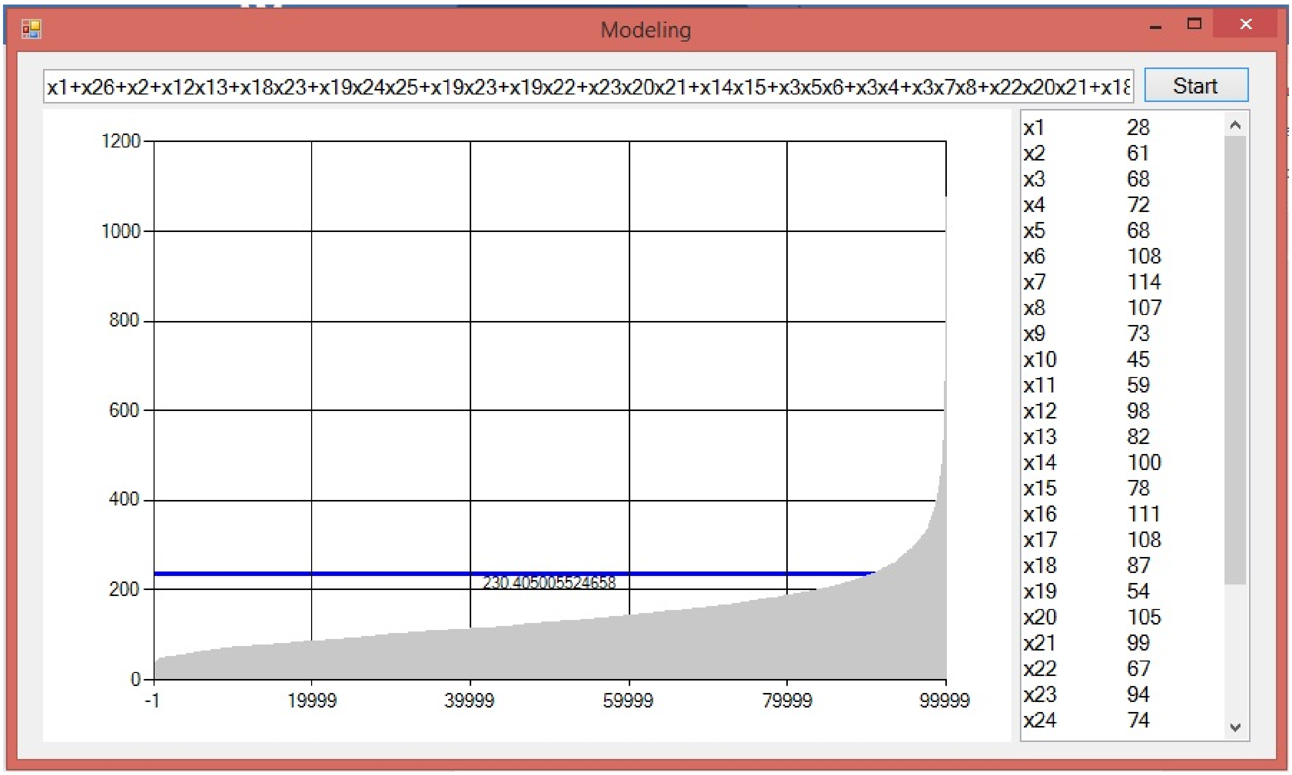

Рис. 4: Пользовательский интерфейс системы.

4. Результаты экспериментов

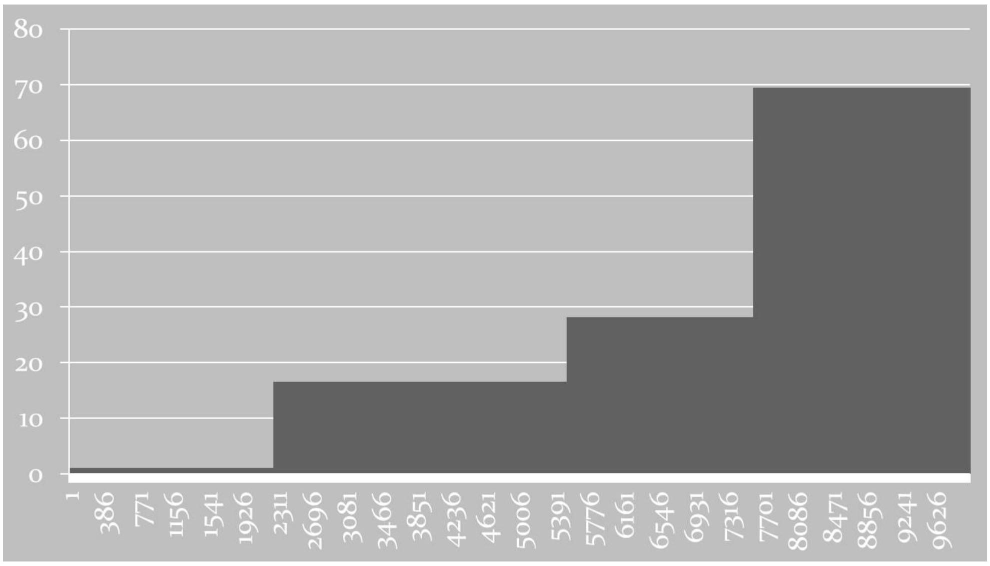

Рис. 5: Результаты моделирования на $N = 10\,000$ для булевой функции $f = x1x2x3 + x1x2"x3x4$.

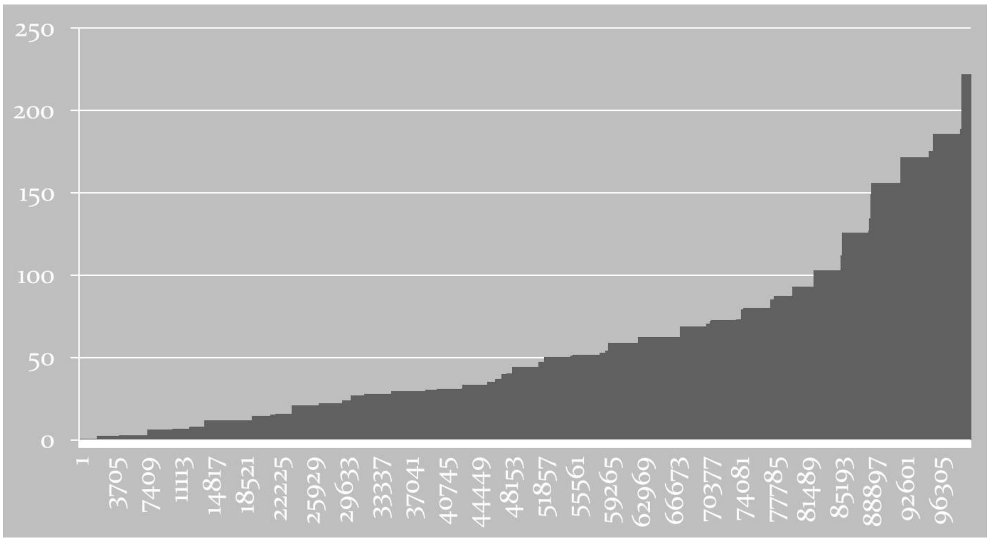

Рис. 6: Результаты моделирования на $N = 100\,000$ для булевой функции $f = x1x2x3 + x1x2"x3x4$.

В процессе исследования было выявлено, что сценарный подход на текущий момент требует большего количества итераций для немонотонных функций. На рис. 5 и 6 видно, что в процессе моделирования получился ступенчатый график. Этот результат не дает возможности дать достаточно точный ответ на вопрос, через сколько проводить техосмотр, так как даже небольшая ошибка или неточность может привести к сильному изменению результата.

Для ответа на вопрос, какие именно элементы менять, использовалась информация о том, как часто выход из строя каждого из элементов приводил к поломке всей системы. Таким образом, было решено производить замену элементов двух типов: уже вышедшие из строя на момент техосмотра и показавшие наибольшее значение характеристики, описанной выше. Например, на рис. 7 изображена статистика для примера, рассматриваемого в тексте ранее. Предположим, что вышли из строя 4-й и 6-й элементы, в добавок к ним будут заменены еще 1-й и 2-й, так как их выход из строя чаще всего приводил к отказу работы системы.

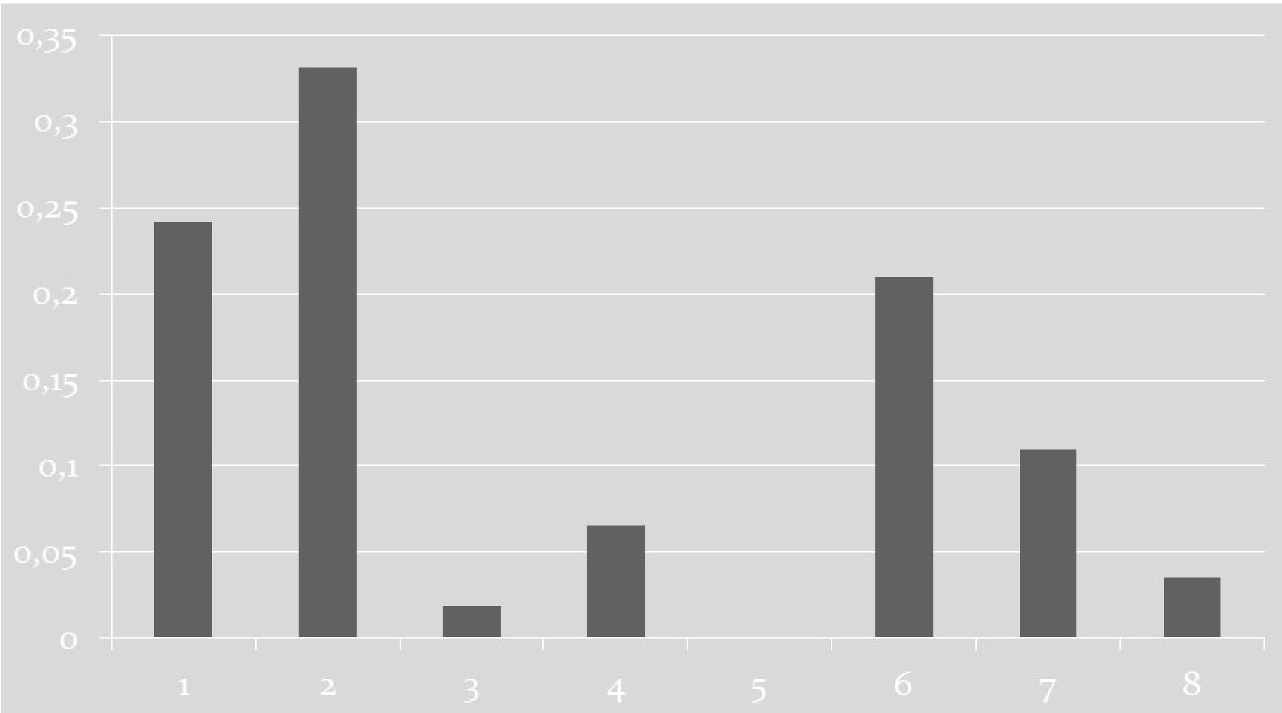

Рис. 7: График показывает, как часто выход из строя элемента приводил к прекращению работы всей системы.

Заключение

В работе выполнения курсовой работы были получены следующие результаты:

1. Разработан прототип системы для расчетов моментов отказов на языке C#, с возможностями задания параметров расчета и графической интерпретацией результата.

2. Исследована возможность решения задачи определения моментов отказов систем методом сценарного подхода.

3. Проведена серия имитационных экспериментов на монотонных булевых функциях.

В будущем планируется проверить применимость этих исследований для расчета доверительных интервалов времени безотказной работы программных и программно-аппаратных комплексов, а также использовать идеи М. Кампи [4] для априорного выбора количества испытаний, необходимых для получения ответа о работоспособности системы с наперед заданной достоверностью.

Список литературы

[1] Граничин О.Н., Рандомизированные алгоритмы в задачах обработки данных и принятия решений. // Системное программирование. 2011. Т. 6. № 1. С. 141-162.

[2] Ермаков С.М., Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1975. - 2-е изд.

[3] Рябинин И. А., Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб.: Политехника, 2000 г., 248 с.

[4] Campi M. C., Garatti, S., The Exact Feasibility of Randomized Solutions of Robust Convex Programs, 2008

[5] Granichin O., Volkovich V., Toledano-Kitai D., Randomized Algorithms in Automatic Control and Data Mining. // Intelligence Systems Reference Library, vol. 67, Springer-Verlag: Heidelberg New York Dordrecht London. 2015. 251p.