

Правительство Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет»

Кафедра системного программирования

Калитеевский Василий Николаевич

Инверсная кинематика в задаче  
управления беспилотным летательным  
аппаратом

Курсовая работа

Научный руководитель:  
к. ф.-м. н. Амелин К. С.

Санкт-Петербург  
2016

# Оглавление

Введение	3
1. Существующие решения	6
2. Предлагаемое решение	7
2.1. Системы отсчета . . . . .	7
2.2. Кинематика и динамика . . . . .	11
2.3. Силы и моменты . . . . .	13
3. Реализация	15
4. Модуль управления	16
5. Тестирование и анализ	18
Заключение	21
Список литературы	23

# Введение

Беспилотные летательные аппараты (Unmanned aircraft systems, БПЛА, UAV) играют все более заметную роль в военных оборонительных целях. БПЛА успешно решают задачи разведки, наблюдения и коммуникации, также находясь в экстремальных условиях и длительных полетах.

Однако в последнее время БПЛА также успешно применяются для решения многих гражданских задач, охватывая широкую сферу возможностей, таких как работа служб по чрезвычайным ситуациям (предупреждения о стихийных бедствиях, контроль пожарной безопасности), пограничный патруль (патрулирование зон), наблюдение за посевами сельского хозяйства, лесоохрана и контроль рыбного промысла, также картографирования (геодезии, геологии и географии), мониторинг зеленых зон (заповедников), мониторинг нефтегазовых объектов, строительных предприятий и работу в области массовой информации (фэрo-фото и видеосъемка) и многие другие.

В мире представлено огромное количество различных БПЛА, отличающихся по своим спецификациям и набору характеристик (назначение, вес, размер, продолжительность полета и высота полета, система запуска и приземления, наличие систем автопилотирования и навигации, формат аэрофото и видеосъемки, и др.)

Для успешного выполнения описанных выше задач нужно правильно выбирать составляющие для внутренней и внешней начинки БПЛА, не оставив без должного внимания программное обеспечение. Таким образом нужно максимизировать собственные возможности БПЛА, что включает в себя как подбор качественных аппаратных решений, рассчитанных на возможные экстремальные условия и повышенные нагрузки, так и программную часть, обеспечивающую стабильное бесперебойное управление БПЛА в условиях зашумленности и задержек со стороны датчиков. Управляющий модуль также должен быть оптимизирован с точки зрения энергопотребления, так как БПЛА имеют ограниченный запас энергии из-за ощутимого веса аккумуляторных батарей, сказыва-

вающемся на летных характеристиках. [10]

Предметом данной курсовой работы является описание и разработка цепочки управления БПЛА от получения данных с датчиков до задания сигнала на управляющие механизмы в условиях зашумленности и задержек. Также требуется подбор аппаратной части и практическая реализация такого управления.

Проблема в том, что от показаний датчиков до принятия решения блоком управления БПЛА нужно выполнить большое количество преобразований и вычислений, при чем для того, чтобы блок управления мог эффективно работать в режиме реального времени, эти вычисления нужно проводить оптимальным образом.

Первая проблема, которая возникает при проектировании физики полета БПЛА заключается в том, что модель БПЛА можно и приходится рассматривать в самых различных системах координат. Это связано, например, с тем, что классические уравнения движения рассматриваются в инерциальных системах отсчета, то есть в системе отчета земли, однако само движение проще описывать относительно положения тела беспилотника, то есть в постоянно меняющейся системе координат летящего БПЛА. Различные силы и моменты, которые действуют на беспилотник также описываются в системе координат беспилотника, а вот сенсоры и датчики, имеющиеся у БПЛА лишь частично дают показания этой системе. Так, например, датчики ГЛОНАСС / GPS дают показания в системе координат Земли. Для того что уметь обрабатывать показания всех датчиков нужно ввести все возможные необходимые системы отсчета и уметь с помощью математических преобразований переходить от одной к другой системе отсчета.

Следующей проблемой является описание кинематики и динамики процесса полета. Для описания движения БПЛА с шестью степенями свободы, понадобится 12 различных переменных, описывающих координаты, скорость, углы и угловые моменты беспилотника.

Дальше необходимо рассмотреть все силы и моменты, которые действуют на БПЛА в момент движения. Стоит заметить, что сюда входит и ветер, который в случае с малыми беспилотными летательными

ми аппаратами играет очень существенную роль. При чем сюда входит как и постоянный ветер, имеющийся в каком-то месте в какое-то время, так и отдельные порывы ветра, которые необходимо учитывать. Также стоит отметить, что силы и моменты сил, действующих на БПЛА сильно зависят от характеристик самого БПЛА, что тоже надо учитывать. Сюда входят, как площадь поверхности и форма крыла, так и факт наличия или отсутствия у БПЛА оперения. Таким образом, мы получим 12 нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих физику полета БПЛА.

Следующей и последней на данный момент части, относящейся к физике полета БПЛА является линеаризация полученных уравнений, и понижение их порядка, чтобы автопилот смог с ними эффективно работать. Таким образом, все силы и моменты действующие на БПЛА будут рассматриваться как продольные и боковые, что сильно упрощает понимание процесса полета, а также взаимодействие с ним с помощью автопилота.

В качестве завершающей части нужно подготовить аппаратную составляющую, в качестве которой был выбран микроконтроллер ТРИК, однако прежде чем начинать реализацию на реальном микроконтроллере систему надо протестировать. Для этой цели используется имитационная среда Simulink в пакете прикладных программ Matlab.

# 1. Существующие решения

Популярным используемым решением для автопилотирования БПЛА является полетный контроллер ArduPilot. Этот продукт является полноценным решением БПЛА, который позволяет помимо радиоуправляемого дистанционного пилотирования - автоматическое управление по заранее созданному маршруту, то есть полет по точкам, а также обладает двухсторонней передачей телеметрических данных с борта на наземную станцию. Он разрабатывается сообществом DIY Drones и базируется на open-source проекте Arduino.

Автопилот обладает хорошими преимуществами:

1. Низкая цена;
2. Возможность установить до 166 полетных точек;
3. Редактирование маршрута в полете;
4. Беспроводная конфигурация настроек;
5. Поддержка различных рам и форм БПЛА;
6. Поддержка авиасимулятора через ПО Mission Planner.

## 2. Предлагаемое решение

### 2.1. Системы отсчета

Предлагается реализовать собственный автопилот с целью получить кастомизируемое, масштабируемое программное обеспечение, с помощью которого можно в дальнейшем внедрять различные инновационные решения, а также тестировать различные математические идеи и гипотезы.

Прежде чем приступить к самой физике полета, включая основной набор сил и моментов действующих на БПЛА, надо задать различные необходимые системы отсчета, которые будут в дальнейшем использоваться при вычислении физики полёта. Это связано с рядом причин:

1. Классическое уравнение движения Ньютона описывается в фиксированной, инерциальной системе отсчета. Однако, его проще описать в системе отсчета БПЛА;
2. Аэродинамические силы и моменты, действующие на тело БПЛА проще описываются в системе отсчета самого БПЛА;
3. Бортовые датчики, такие как акселерометр и гироскоп выдают значения относительно положения тела в пространстве, то есть в системе отсчета БПЛА, тогда так датчики GPS / ГЛОНАСС выдают значения в системе координат Земли.
4. Траектория полета БПЛА, как и набор точек для следования также задаются в системе отсчета Земли.

Основные используемые системы отсчета: (Рис. 1)

1. (The inertial frame) Базовая инерциальная система отсчета. Система отсчета Земли.  $F^i$
2. (The vehicle frame) Система отсчета БПЛА.  $F^v$ . Достигается с помощью сдвига относительно  $F^i$ .

3. (The vehicle-1 frame) Система отсчета БПЛА с отклонением по горизонтальному направлению.  $F^{v1}$ . Достигается с помощью поворота, относительно  $F^v$  на угол  $\psi$ .
4. (The vehicle-2 frame) Система отсчета БПЛА с отклонением по горизонтальному и вертикальному направлению.  $F^{v2}$ . Достигается с помощью поворота, относительно  $F^{v1}$  на угол  $\theta$ .
5. (The body frame) Система отсчета БПЛА с отклонением по горизонтальному, вертикальному направлению, а также с помощью поворота относительно направляющей оси.  $F^b$ . Достигается с помощью поворота, относительно  $F^{v2}$  на угол  $\phi$ .
6. (The stability frame) Система отсчета БПЛА, повернутая на угол атаки.  $F^s$ . Достигается путем поворота относительно  $F^b$  на угол  $\alpha$ .
7. (The wind frame) Система отсчета БПЛА, повернутая на угол сноса ветром.  $F^w$ . Достигается путем поворота относительно  $F^s$  на угол  $\beta$ .

Матрица поворота на некоторый угол  $\nu$  в общем виде выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \cos(\nu) & \sin(\nu) & 0 \\ -\sin(\nu) & \cos(\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Для того, чтобы делать преобразования между системой отсчета Земли  $F^i$  и системой отсчета БПЛА  $F^b$  нужно перемножить все промежуточные матрицы. Таким образом, матрица перевода будет выглядеть следующим образом:

$$R_v^b(\phi, \theta, \psi) = R_{v2}^b(\phi)R_{v1}^{v2}(\theta)R_v^{v1}(\psi) = \begin{pmatrix} C(\theta)C(\psi) & C(\theta)S(\psi) & -S(\theta) \\ S(\phi)S(\theta)C(\psi) - C(\phi)S(\psi) & S(\phi)S(\theta)S(\psi) + C(\phi)C(\psi) & S(\phi)C(\theta) \\ C(\phi)S(\theta)C(\psi) + S(\phi)S(\psi) & C(\phi)S(\theta)S(\psi) - S(\phi)C(\psi) & C(\phi)C(\theta) \end{pmatrix},$$



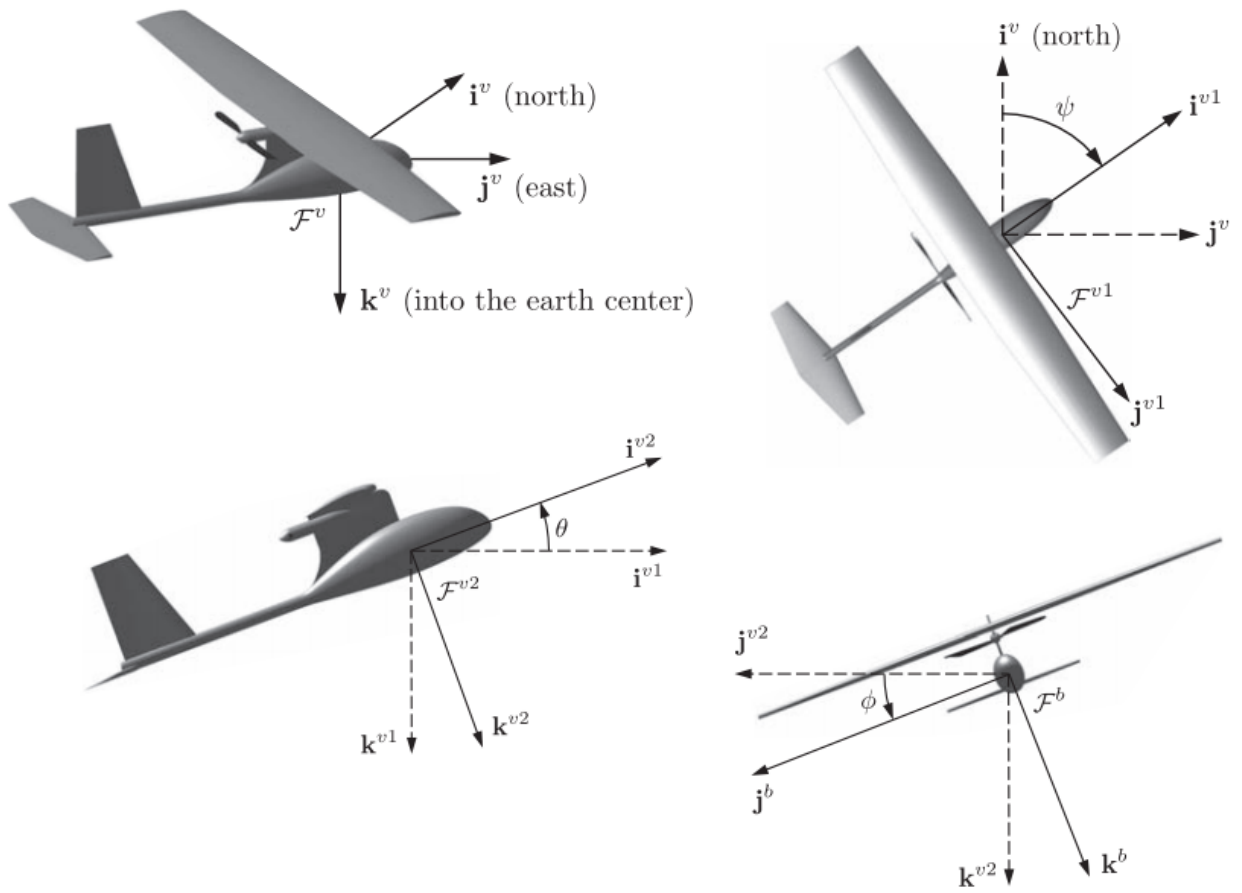


Рис. 1: Различные системы отсчета.

где  $C() = \cos()$ , а  $S() = \sin()$ .

Одна из целей готового автопилота заключается в том, чтобы по полученной координате точки, автопилот смог привести БПЛА в эту точку с помощью соответствующих средств управления (элеронами, рулями и пр.), то есть смог бы правильно направлять вектор скорости БПЛА [6]. Так как координата точки указывается в системе отсчета земли первое что нужно сделать это научиться представлять вектор скорости БПЛА в системе отсчета земли. [7]

Допустим БПЛА движется в системе отсчета  $\mathcal{F}^b$  относительно земли (системы отсчета  $\mathcal{F}^i$ ) как показано на рис. 2. В этом случае вектор скорости  $\mathbf{p}$  представляется как [1]:

$$\mathbf{p} = p_x \mathbf{i}^b + p_y \mathbf{j}^b + p_z \mathbf{k}^b$$

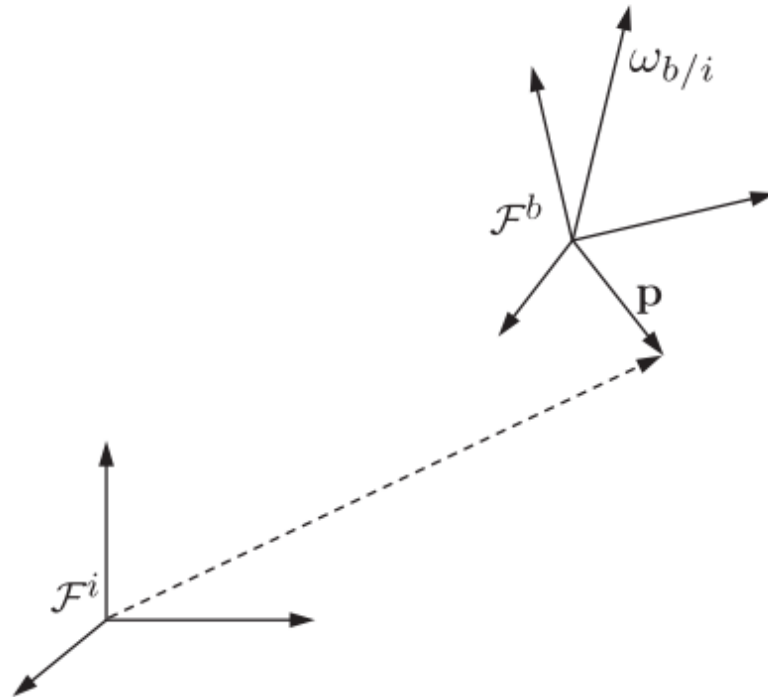


Рис. 2: Вектора сил в различных проекциях.

То есть движение во времени можно задать формулой [1]:

$$\frac{d}{dt_b} \mathbf{p} = \dot{p}_x \mathbf{i}^b + \dot{p}_y \mathbf{j}^b + \dot{p}_z \mathbf{k}^b$$

Тогда смещение вектора  $\mathbf{p}$  в системе отсчета  $\mathcal{F}^b$  относительно системы отсчета  $\mathcal{F}^i$  будет задаваться формулой:

$$\frac{d}{dt_i} \mathbf{p} = \dot{p}_x \mathbf{i}^b + \dot{p}_y \mathbf{j}^b + \dot{p}_z \mathbf{k}^b + p_x \frac{d}{dt_i} \mathbf{i}^b + p_y \frac{d}{dt_i} \mathbf{j}^b + p_z \frac{d}{dt_i} \mathbf{k}^b$$

Если представить вращение (угловую скорость)  $\mathcal{F}^b$  относительно  $\mathcal{F}^i$  как  $\omega_{b/i}$ , тогда приращения вектора по каждому из направлений можно представить, как:

$$\dot{\mathbf{i}}^b = \omega_{b/i} \times \mathbf{i}^b$$

$$\dot{\mathbf{j}}^b = \omega_{b/i} \times \mathbf{j}^b$$

$$\dot{\mathbf{k}}^b = \omega_{b/i} \times \mathbf{k}^b$$

И если подставить в предыдущее уравнение, то получится:

$$p_x \dot{\mathbf{i}}^b + p_y \dot{\mathbf{j}}^b + p_z \dot{\mathbf{k}}^b = p_x (\omega_{b/i} \times \mathbf{i}^b) + p_y (\omega_{b/i} \times \mathbf{j}^b) + p_z (\omega_{b/i} \times \mathbf{k}^b) = \omega_{b/i} \times \mathbf{p}$$

И наконец, если подвести все вышеизложенное под одну черту, то мы получим мгновенную скорость БПЛА выраженную через систему координат земли:

$$\frac{d}{dt_i} \mathbf{p} = \frac{d}{dt_b} \mathbf{p} + \omega_{b/i} \times \mathbf{p}$$

## 2.2. Кинематика и динамика

Движение беспилотного летательного аппарата в пространстве, имеющего 6 степеней свобод, описывается с помощью двенадцати переменных, показанных в таблице:

Название	Описание
$p_n$	Координата БПЛА по оси на север в $F^i$
$p_e$	Координата БПЛА по оси на восток в $F^i$
$p_d$	Координата БПЛА по оси направленной в центр Земли в $F^i$
$u$	Скорость вдоль оси $i^b F^b$
$v$	Скорость вдоль оси $j^b F^b$
$w$	Скорость вдоль оси $k^b F^b$
$\phi$	Угол крена, заданный в $F^{v2}$
$\theta$	Угол тангажа, заданный в $F^{v1}$
$\psi$	Угол рысканья, заданный в $F^v$
$p$	Угловая скорость крена
$q$	Угловая скорость тангажа
$r$	Угловая скорость рысканья

Формулы перерасчета этих переменных для летящего БПЛА можно найти в следующих книгах по механике[3], пространственной динамике[2], динамике полета[8], робототехнике[9].

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(\theta)C(\psi) & S(\phi)S(\theta)C(\psi) - C(\phi)S(\psi) & C(\phi)S(\theta)C(\psi) + S(\phi)S(\psi) \\ C(\theta)S(\psi) & S(\phi)S(\theta)S(\psi) + C(\phi)C(\psi) & C(\phi)S(\theta)S(\psi) - S(\phi)C(\psi) \\ -S(\theta) & S(\phi)C(\theta) & C(\phi)C(\theta) \end{pmatrix} \times \\
\times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \dot{u}_n \\ \dot{u}_e \\ \dot{u}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 pq - \Gamma_2 qr \\ \Gamma_5 pr - \Gamma_6 (p^2 - r^2) \\ \Gamma_7 pq - \Gamma_1 qr \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma_3 l + \Gamma_4 n \\ \frac{1}{J_y} m \\ \Gamma_4 l + \Gamma_8 n \end{pmatrix}$$

### 2.3. Силы и моменты

В момент полета БПЛА подвергается нетривиальному воздействию различных сил и моментов разных природ, а именно гравитационной ( $f_g$ ), аэродинамической ( $f_a, m_a$ ) и движущей ( $f_p, m_p$ ). Тогда суммарное действие сил и моментов на БПЛА можно описать формулами [1]:

$$f = f_g + f_a + f_p$$

$$m = m_a + m_p$$

Сила гравитации в инерциальной системе координат описывается простым вектором:

$$f_g^v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}$$

В системе координат тела БПЛА:

$$f_b^v = \begin{pmatrix} -mg * \sin(\theta) \\ mg * \cos(\theta) \sin(\phi) \\ mg * \cos(\theta) \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

Когда самолет летит по воздуху он генерирует своими крыльями силу подъема и силу торможения, как показано на Рис. 3. Сила и распределение давления действующего на самолет зависит от скорости по воздуху, плотности воздуха, формы и положения самолета в воздухе. Так, динамическое давление описывается формулой  $\frac{1}{2} \rho V_a^2$ , где  $\rho$  - плотность воздуха, а  $V_a$  - скорость самолета относительно воздуха.

Сила торможения, сила подъема, и момент сил обычно описываются следующими формулами: [2]

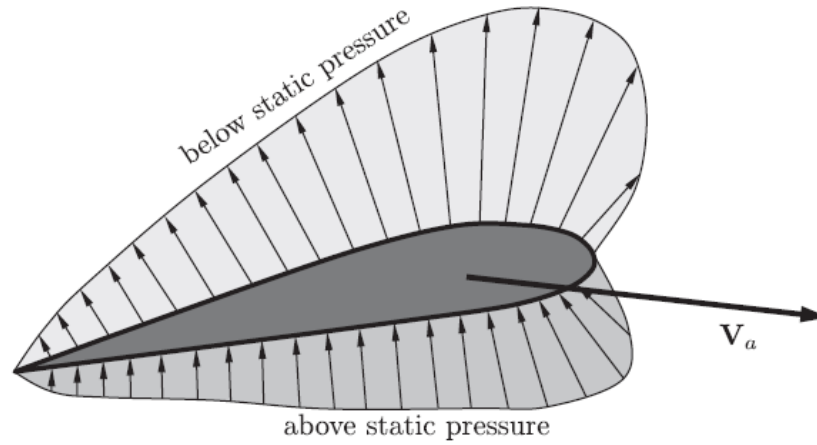


Рис. 3: Распределение плотности воздуха вокруг крыла во время полета.

$$F_{lift} = \frac{1}{2} V_a^2 S C_L$$

$$F_{drag} = \frac{1}{2} V_a^2 S C_D$$

$$m = \frac{1}{2} V_a^2 S c C_m,$$

где  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $C_m$  - безразмерные величины, характеризующие аэродинамические коэффициенты,  $S$  - площадь поверхности крыла,  $c$  - величина, равная половине крыла.

### 3. Реализация

Реализация автопилота будет совершена на платформе ТРИК, изображенной на Рис. 4.

ТРИК — это миникомпьютер, совместимый с широким спектром периферийных устройств, содержащий все необходимое оборудование для создания на его базе автономных робототехнических систем. Контроллер может управлять двигателями прямого тока и сервоприводами, обрабатывать информацию как с цифровых датчиков, так и с аналоговых, работать с видео модулями и микрофонами, имеет интерфейсы Wi-Fi, Bluetooth 4.0 (включая LE), USB, Micro-SD и ANT. В контроллере установлены встроенные защиты от перегрузки по току и от глубокой разрядки аккумулятора.[11]

ТРИК разработан на базе процессора OMAP-L138 C6-Integra™ DSP + ARM® SoC [4] производства Texas Instruments. Процессор имеет высокоуровневую архитектуру, изображенную на Рис. 5. Этот процессор имеет два вычислительных модуля:

1. управляющее ядро ARM (ARM926EJ-S™ RISC MPU), обеспечивающее работу операционной системы Linux на контроллере;
2. ядро DSP (C674x Fixed/Floating-Point VLIW DSP) специально разработанное для обработки большого объема данных, представляемых в виде векторов.



Рис. 4: Примеры плат ТРИК.

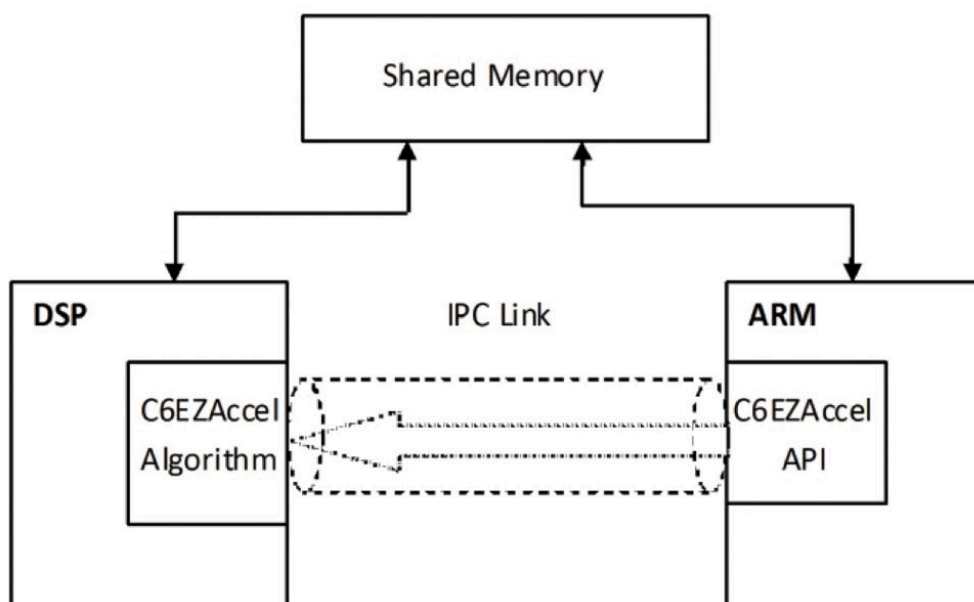


Рис. 5: Высокоуровневая архитектура процессора OMAP L138 (ARM+DSP)

## 4. Модуль управления

Модуль управления работает по принципу изображенному на 6. Модуль Path Planner задает точки, через которые планируется полет БПЛА. Модуль Path Manager преобразует последовательность этих точек в последовательность линий и дуг (дуг Дубина), как части траектории по которой планируется полет БПЛА. Далее по ходу следования пути (Path Following) уже сам атопилот отслеживает прохождение БПЛА по этому пути, внося корректировки по ходу следования и передавая команды на все доступные для обеспечения следования пути средства, такие как двигатель, элероны, рули и пр.

Для планирования пути есть два класса проблем. Первый это алгоритмы point-to-point, цель которых заставить БПЛА пролететь через все заданные точки, минуя препятствия. Второй класс проблем представляют из себя алгоритмы покрытия заданного региона с помощью БПЛА. Например, для аэрофотосъемки. Мы остановимся только на первом классе, рассматривая только point-to-point алгоритмы.

Так как модуль управления должен учитывать погрешности и ошиб-



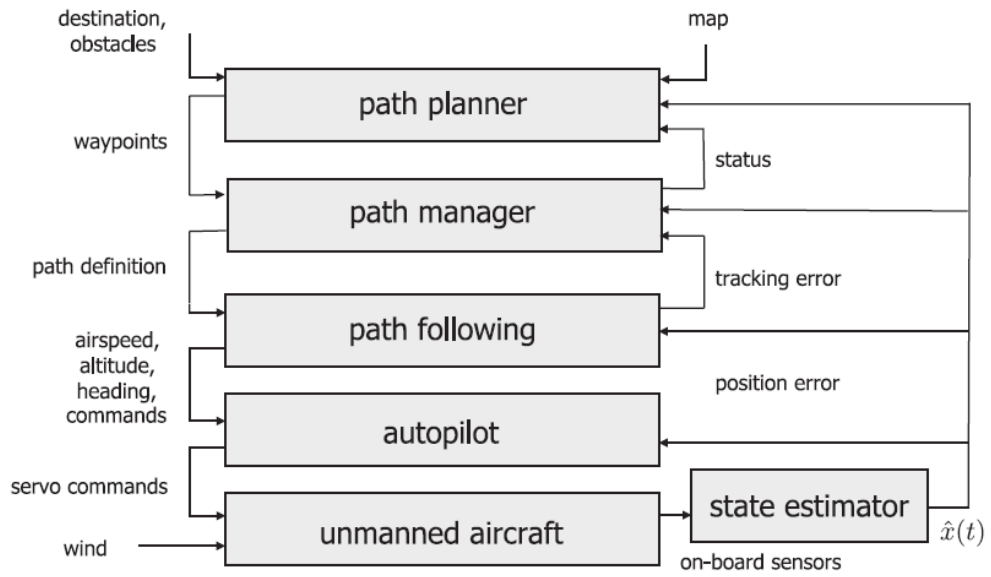


Рис. 6: Системная архитектура модуля управления БПЛА.

ки, которые поступают вместе с показаниями датчиков, то для этого существует модуль State estimator, которые эти самые ошибки оценивает и вносит соответствующие коррективы.

## 5. Тестирование и анализ

Прежде чем внедрять предложенную архитектуру на БПЛА, была смоделирована система апробации полета БПЛА в среде Simulink пакета прикладных программ Matlab. Matlab / Simulink это графическая среда имитационного моделирования, позволяющая при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов, строить динамические модели, включая дискретные, непрерывные и гибридные, нелинейные и разрывные системы.

Среда очень удобна тем, что позволяет программировать дифференциальные уравнения с помощью встроенных S-функций[[5]]. Рисует положение БПЛА в режиме реального времени, как показано на Рис. 7. Походу следования БПЛА своему маршруту Simulink в каждый момент времени выводит все параметры все заданных физических величин, что очень удобно, и наглядно позволяет проверить корректность работы, а также анализировать физику движения БПЛА. Такой вывод показан на Рис. 8. Позволяет задавать сложную структуру взаимодействия модулей. Основная блок-диаграмма, которая показана на 9 содержит в себе также модули: `navDynamics`, отвечающий за кинематику и динамику процесса движения, `forcesMoments`, отвечающего за перерасчет сил и моментов, `drawAircraft` - за отображение беспилотника в графической среде.

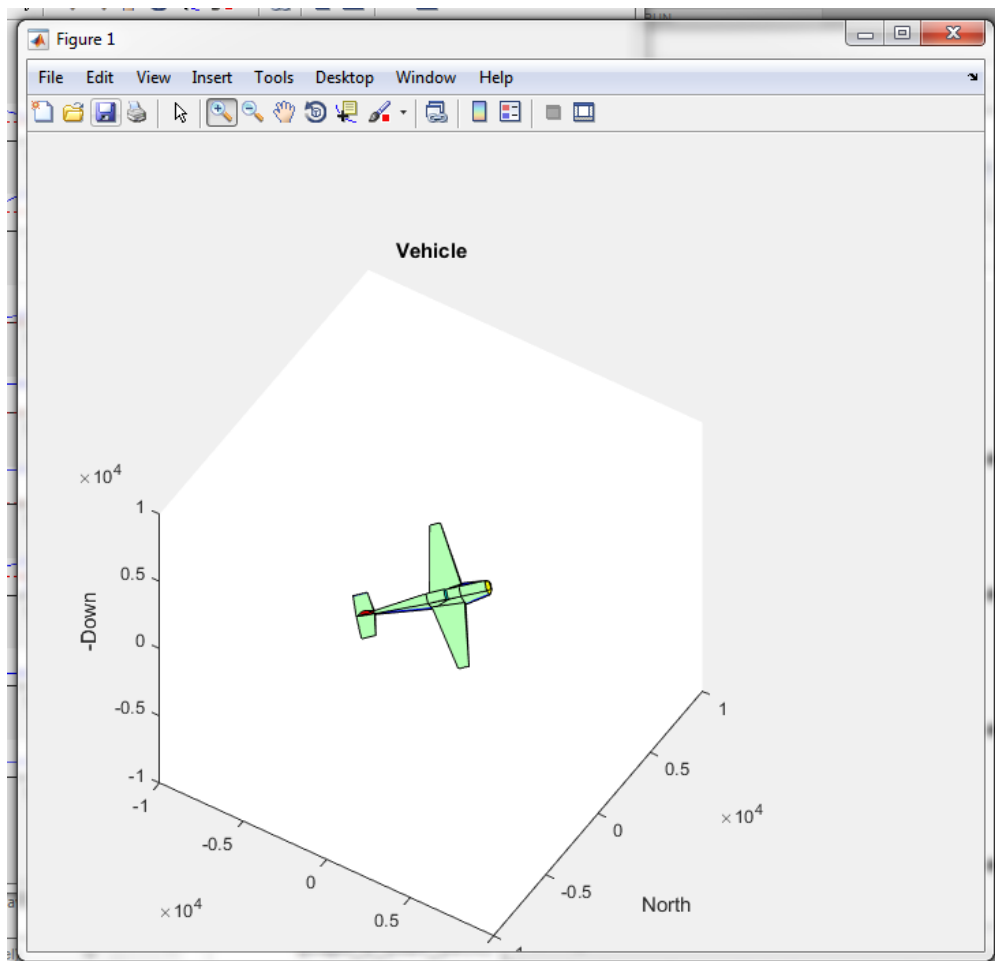


Рис. 7: Отображение модели БПЛА в режиме реального времени.

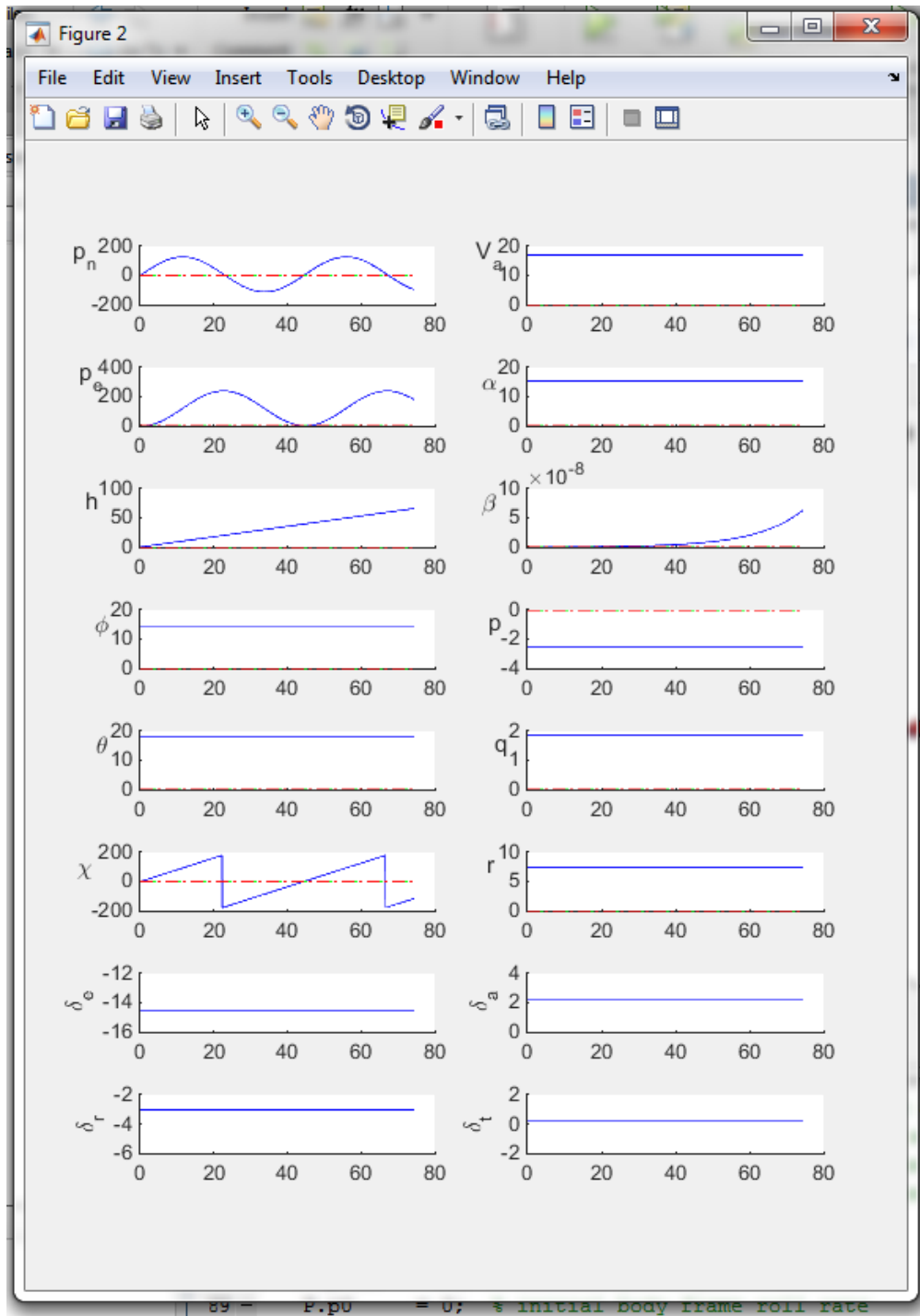


Рис. 8: Matlab / Simulink показывает все заданные параметры движения в режиме реального времени.

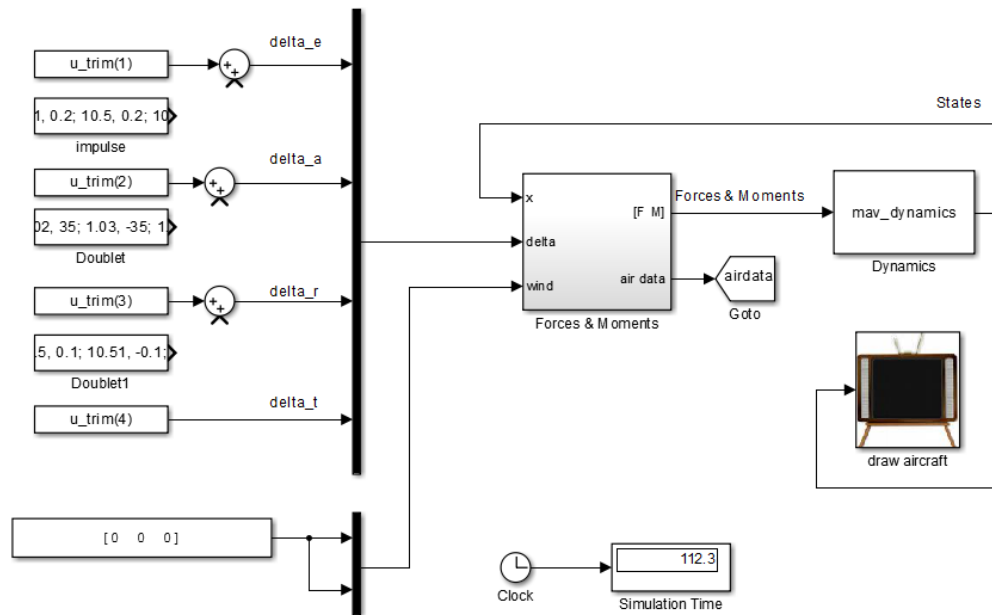


Рис. 9: Главная (самая верхняя) составляющая тестового модуля, представляющая из себя блок-диаграмму в виде направленных графов.

## Заключение

Была создана архитектура блока управления автопилота для БПЛА. Изучена и реализована с помощью среды графического моделирования физика процесса движения БПЛА. Сюда входят основной набор математических преобразований, с помощью которых можно рассматривать движение БПЛА в различных системах координат. Формулы и сопутствующие пояснения динамики и кинематики процесса полета. Были изучены и реализованы формулы сил и моментов, действующих на БПЛА.

Полученная модель движения в среде Simulink хорошо отображает движение реального БПЛА, так как учитывает практически весь набор сил и моментов, оказывающих влияние на БПЛА, включая как постоянный ветер так и порывы ветра, представленные в виде белого шума.

Дальнейшее развитие работы заключается в том, чтобы портировать получившийся модуль на реальный БПЛА, добавить аппарат оценивания шума измерений приборов.

Также полученная система является хорошей платформой для те-

стирования любых идей и гипотез для БПЛА, моделирования математических процессов.

## Список литературы

- [1] Beard R.W., McLain T.W. Small unmanned aircraft: Theory and practice. — 2012.
- [2] E. Wiesel W. Spaceflight Dynamics. — 1997.
- [3] Goldstein H. Classical Mechanics. — 1951.
- [4] Instruments Texas. Раздел сайта компании «Texas Instruments», посвященный процессору OMAP L138. — 2015. — URL: <http://www.ti.com/product/omap-l138> (online; accessed: 18.12.2015).
- [5] Matlab. Документация по S-функциям. — 2015. — URL: <http://www.mathworks.com/help/simulink/matlab-s-functions-1.html> (online; accessed: 18.12.2015).
- [6] Nelson R.C. Flight Stability and Automatic Control. Boston, MA: McGrawHill, 2nd ed. — 1998.
- [7] Roskam J. Flight Dynamics and Automatic Flight Controls, Parts I II. — 1998.
- [8] Shuster M.D. “A survey of attitude representations,” The Journal of the Astronautical Sciences, vol. 41, pp. 439–517, October–December. — 1993.
- [9] Spong M.W. Vidyasagar M. Robot Dynamics and Control. — 1989.
- [10] Амелин К.С. Метод ориентирования сверхлегкого БПЛА при редком обновлении данных о его местоположении.
- [11] ТРИК. Сайт компании «ТРИК». — 2015. — URL: <http://www.trikset.com/> (дата обращения: 18.12.2015).