

Правительство Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет»

Математико-Механический факультет  
Кафедра Системного программирования

Назаренко Валерия Валерьевна

Алгоритм автоматической подстройки автопилота БПЛА самолетного типа  
различных размеров и типов

Курсовая работа  
студентки 1 курса магистратуры

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н. Амелин К.С.

Санкт-Петербург

2016

## **Оглавление**

1.	Введение.....	3
2.	Постановка задач.....	4
3.	Обзор литературы.....	5
4.	Моделирование и алгоритм автоматической подстройки автопилота.....	11
5.	Заключение.....	13
6.	Список литературы.....	14

## Введение

Важным направлением в развитии авиации является разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), которые находят применение во многих сферах. Их широко используют не только в военном направлении многих стран мира, но и для экологического мониторинга, оценки динамики экзогенных геологических процессов, создание планов застройки территорий, оценки объемов вырубki леса, мониторинга состояния сельскохозяйственных угодий, решения задач землеустройства, съемки промышленных объектов, карьеров и разрезов горнодобывающих предприятий. По российской классификации БПЛА можно разделить на 5 основных типов:

1. сверхлегкие,
2. легкие,
3. малые,
4. среднеразмерные,
5. крупноразмерные.

Основным бортовым управляющим компьютером БПЛА является автопилот. Как правило, автопилот имеет стандартную проверенную прошивку, которая годится для самолетов различных типов и размеров. БПЛА различны по своим физическим параметрам и различные внешние факторы будут действовать на них по-разному, поэтому и управлять такими БПЛА нужно по-разному: начиная от изменения значения критических углов отклонения, заканчивая возможностью и способами управления летательным аппаратом с целью максимальной сохранения энергии.

Одной из задач управления БПЛА является оптимизация работы автопилота с исполнительными механизмами для увеличения запаса энергии полета.

Цель работы - разработка алгоритма автоматической подстройки автопилота беспилотного летательного аппарата.

Задачи:

- Обзор существующих методов автоподстройки;
- Изучение кинематики и динамики движения самолетов различных схем и размеров;
- Выявление зависимостей максимально возможных и оптимальных углов отклонения рулевых поверхностей БПЛА от его физических параметров.

## **Постановка задач**

Целью данной работы является разработка алгоритма автоподстройки автопилота. Для достижения поставлены следующие задачи:

- Изучение кинематики и динамики движения самолетов и влияния на него аэродинамических сил и моментов.
- Построение блока расчетов аэродинамических сил и моментов с целью построения графиков зависимости углов отклонения рулевых поверхностей от физических параметров летательного аппарата.

## Обзор литературы

БПЛА - в общем случае это летательный аппарат без экипажа на борту. В более узком представлении это летательный аппарат без экипажа на борту, использующий аэродинамический принцип создания подъемной силы с помощью фиксированного или вращающегося крыла (БПЛА самолетного и вертолетного типа), оснащенный двигателем и имеющий полезную нагрузку и продолжительность полета, достаточный для выполнения специальных задач.

Различные системы координат, используются для ориентации и описания положения самолета, а также расчетные формулы преобразования из одной системы координат в другую с применением матриц поворота. Чтобы понять динамическое поведение ЛА, потребуется несколько систем координат.

### Инерциальная система координат $F^i$ .

Инерциальная система координат (рис. 1) связана с Землей с началом отсчета в заданном исходном положении.

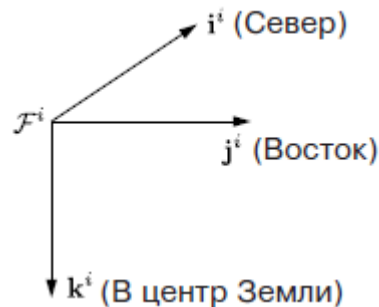


Рис 1: Инерциальная система координат

Эту систему координат также называют системой отсчета север-восток-вниз по вертикали.

### Система координат летательного аппарата $F^v$ (рис. 2).

Начало отсчета этой системы координат находится в центре тяжести БПЛА. Но оси этой системы совпадают с осями инерциальной системы координат.



Рис 2: Система координат летательного аппарата

### Система координат летательного аппарата $F^{v1}$ .

Начало отсчета системы координат летательного аппарата - 1 (рис. 3) совпадает с системой координат летательного аппарата с началом отсчета в

центре тяжести самолета. Но отличием является то, что система  $F^{v1}$  повернута по часовой стрелке вокруг оси  $k^v$  на путевой угол (угол рыскания)  $\psi$ . При отсутствии дополнительных поворотов оси  $i^{v1}$  направлена к носу самолета, ось  $j^{v1}$  - на правое крыло, а  $k^{v1}$  совпадает с  $k^v$  и направлена к земле.

Для перехода из  $F^v$  в  $F^{v1}$ , используется выражение

$$p^{v1} = R_v^{v1}(\psi) p^v$$

где

$$R_v^{v1}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

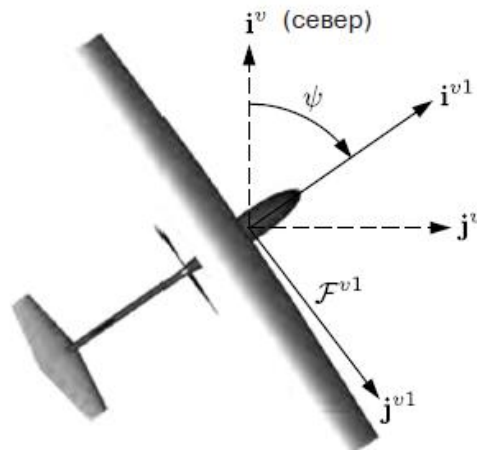


Рис 3: Система координат летательного аппарата - 1

### Система координат летательного аппарата $F^{v2}$ .

Начало отсчета системы координат - 2 (рис. 4) также совпадает с системой координат с началом отсчета в центре тяжести самолета и получается путем поворота системы координат-1 по часовой стрелке вокруг оси  $j^{v1}$  на угол тангажа  $\Theta$ .

Преобразование из  $F^{v1}$  в  $F^{v2}$ :

$$p^{v2} = R_{v1}^{v2}(\theta) p^{v1}$$

где

$$R_{v1}^{v2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

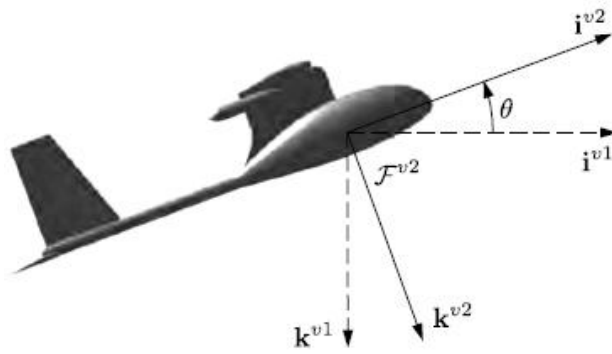


Рис 4: Система координат летательного аппарата - 2

### Связанная система координат $F^b$ .

Связанная система координат (рис. 5) получается поворотом системы координат летательного аппарата – 2 по часовой стрелке вокруг оси  $i^{v2}$  на угол крена  $\phi$ . Поэтому начало отсчета этой системы находится в центре тяжести: ось  $i^b$  направлена к носу самолета, ось  $j^b$  направлена на правое крыло, а ось  $k^b$  направлена на фюзеляж.

Преобразование из  $F^{v2}$  в  $F^b$  :

$$p^b = R_{v2}^b(\phi) p^{v2}$$

где

$$R_{v2}^b(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

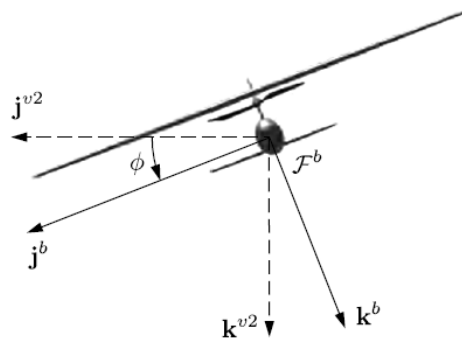


Рис 5: Связанна система координат

### Полусвязанная система координат $F^s$ .

Аэродинамические силы создаются по мере перемещения летательного аппарата через окружающий его воздух. Скорость самолета относительно окружающего его воздуха называется вектором скорости воздуха и обозначается как  $V_a$ .

Для создания подъемной силы крылья самолета должны быть установлены под положительным углом относительно вектора скорости ветра. Этот угол называют углом атаки и обозначают  $\alpha$ .

Поскольку  $\alpha$  получается поворотом против часовой стрелки, то преобразование из  $F^b$  в  $F^s$  задается выражением

$$p^s = R_b^s(\alpha) p^b$$

где

$$R_b^s(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Углы Эйлера  $\psi$ ,  $\Theta$ ,  $\varphi$  - средства для поворота координат из инерциальной системы в связанную систему (рис. 6).

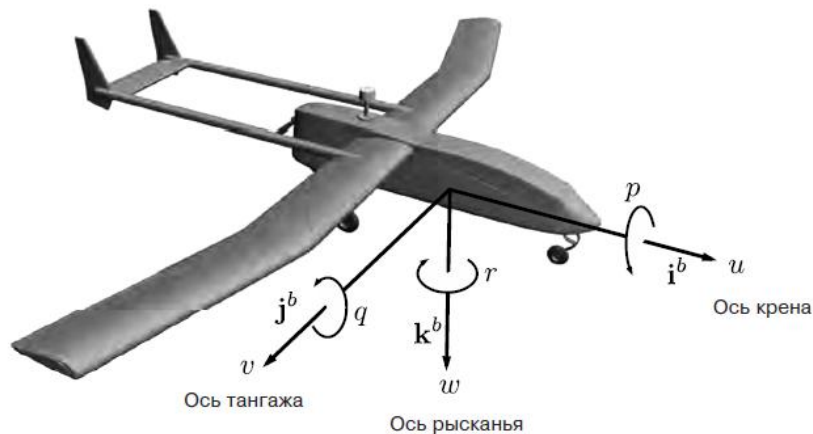


Рис 6: Определение координат перемещения

Рассмотрим рулевые поверхности самолета.

Нагрузка на рулевую поверхность возникает от действия распределенных аэродинамических сил при движении модели в воздухе. Сила встречного потока зависит от скорости. Точнее говоря, давление на объект зависит от его площади. Поскольку давление есть сила, приложенная к единице площади, можно рассчитать силу, действующую на рулевую поверхность. Касается это всего, будь то руль высоты, элерон или закрылок. Для расчета давления потребуется знать скорость, площадь рулевой поверхности и угол ее отклонения.

Управляющие поверхности (рис. 7) используются для изменения аэродинамических сил и моментов. Для стандартных конфигураций самолетов управляющие поверхности включают в себя руль высоты, элерон и руль направления.

Отклонение элерона обозначено через  $\delta_a$ , отклонение руля высоты — через  $\delta_e$ , а отклонение руля направления — через  $\delta_r$ .



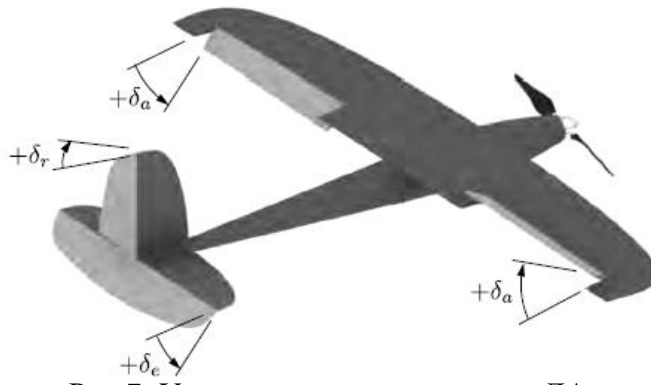


Рис 7: Управляющие поверхности ЛА

**Ось вращения руля высоты** совпадает с осью корпуса  $j^b$ . Применение правила правой руки по отношению к оси  $j^b$  дает, что положительному отклонению руля высоты соответствует направление задней кромки вниз.

**Отклонение элерона** можно рассматривать как составное отклонение, которое определяется как

$$\delta_a = 1/2(\delta_{a-лев.} - \delta_{a-прав.})$$

Положительное отклонение получится, когда у левого элерона задняя кромка направлена вниз, а у правого - вверх.

Для БПЛА используются две другие конфигурации. Первая из них — конфигурация V-образного хвостового оперения (рис. 8). Поверхности управления для V-образной конфигурации носят название совмещенного руля направления и высоты. Угловое отклонение правого совмещенного руля направления и высоты обозначают как  $\delta_{rr}$ , а левого руля — через  $\delta_{rl}$ .

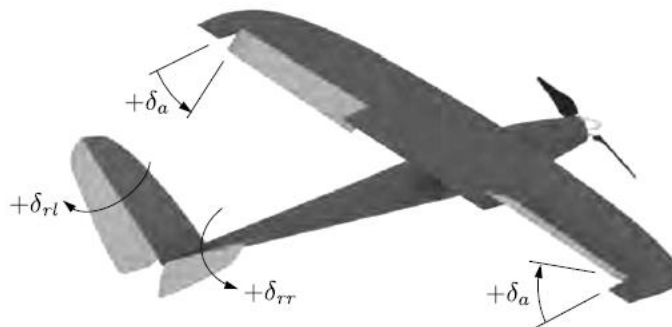


Рис 8. Конфигурация V-образного хвостового оперения

Другой стандартной конфигурацией БПЛА является «летающее крыло», она приведена ниже (рис. 9):

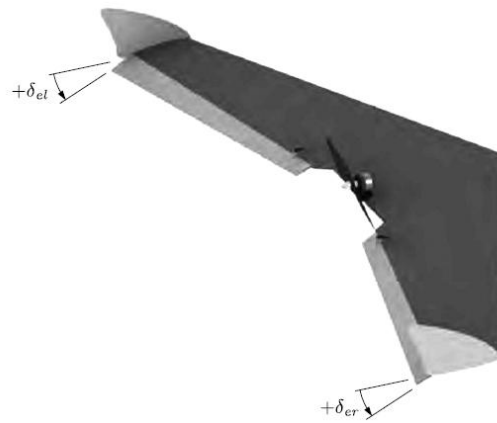


Рис 9: Элевоны используются для управления самолета типа "летающее крыло"

Угловое отклонение правого совмещенного руля направления и высоты обозначают как  $\delta_{er}$ , а левого руля — через  $\delta_{el}$ .

По мере прохождения БПЛА через воздух вокруг его корпуса создается определенный профиль давления, который можно охарактеризовать с комбинацией сил и моментов.

Например, если рассматривать продольную плоскость ( $i^b - k^b$ ), то действие давления на корпус самолета можно смоделировать, используя подъемную, лобовую силу и момент. Подъемная и лобовая силы приложены к точке на четверти хорды, известной также как аэродинамический центр (рис. 10).

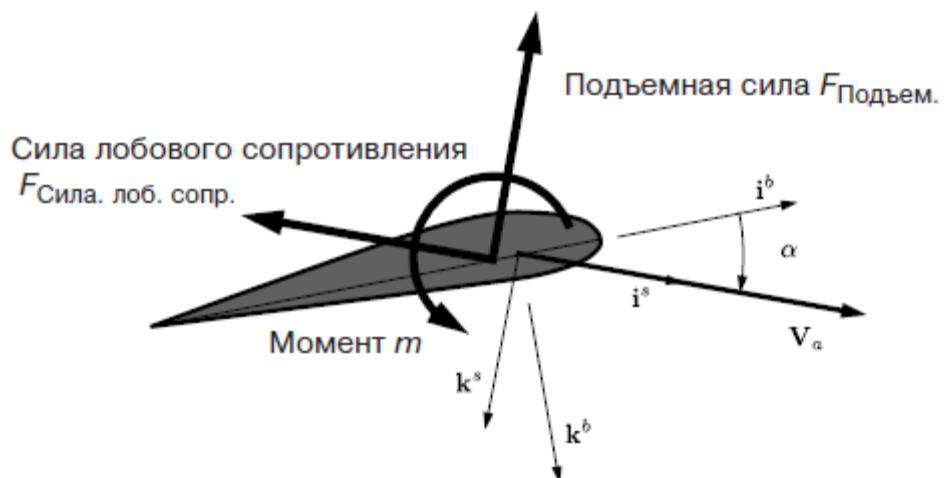


Рис 10: Распределение давления через подъемную силу, лобовое сопротивление и момент

Продольные аэродинамические силы и моменты создают движение в плоскости  $i^b - k^b$  корпуса самолета, также известной как плоскость тангажа. К ним относятся аэродинамические силы и моменты, которые больше обозначаются как: подъемная сила, сила лобового сопротивления и момент тангажа.

$$F_{\text{подъем.сила}} = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \left[ C_L(\alpha) + C_{L_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \right]$$

$$F_{\text{сила\_лоб.сопр.}} = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \left[ C_D(\alpha) + C_{D_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{D_{\delta_e}} \delta_e \right]$$

$$m = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S c \left[ C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{c}{2V_a} q + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \right]$$

Аэродинамика бокового движения в значительной степени подвержена влиянию угла бокового скольжения  $\beta$ . Она также подвержена воздействию скорости крена  $\omega_x$ , скорости рыскания  $\omega_y$ , отклонению элерона  $\delta_a$  и отклонению руля направления  $\delta_r$ . Обозначая боковые силы через  $f_y$ , моменты крена через  $l$  и отклонения от курса через  $n$  соответственно, имеем

$$f_y = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S \left[ C_{Y_0} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\omega_x}} \frac{b}{2V_a} \omega_x + C_{Y_{\omega_y}} \frac{b}{2V_a} \omega_y + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_{\omega_y}}} \delta_{\omega_y} \right]$$

$$l = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b \left[ C_{l_0} + C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\omega_x}} \frac{b}{2V_a} \omega_x + C_{l_{\omega_y}} \frac{b}{2V_a} \omega_y + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_{\omega_y}}} \delta_{\omega_y} \right]$$

$$n = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b \left[ C_{n_0} + C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\omega_x}} \frac{b}{2V_a} \omega_x + C_{n_{\omega_y}} \frac{b}{2V_a} \omega_y + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_{\omega_y}}} \delta_{\omega_y} \right]$$

где

$$C_x(\alpha) = -C_D(\alpha) \cos \alpha + C_L(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_{x_q}(\alpha) = -C_{D_q}(\alpha) \cos \alpha + C_{L_q}(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_{x_{\delta_e}}(\alpha) = -C_{D_{\delta_e}}(\alpha) \cos \alpha + C_{L_{\delta_e}}(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_z(\alpha) = -C_Z(\alpha) \cos \alpha + C_Z(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_{z_q}(\alpha) = -C_{Z_q}(\alpha) \cos \alpha + C_{Z_q}(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_{z_{\delta_e}}(\alpha) = -C_{Z_{\delta_e}}(\alpha) \cos \alpha + C_{Z_{\delta_e}}(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_L(\alpha) = (1 - \sigma(\alpha)) [C_{L_0} + C_{L_\alpha}] + \sigma(\alpha) [2 \text{sign}(\alpha) \sin^2 \alpha \cos \alpha],$$

$$\sigma(\alpha) = \frac{1 + e^{-M(\alpha - \alpha_0)} + e^{M(\alpha + \alpha_0)}}{(1 + e^{-M(\alpha - \alpha_0)})(1 + e^{M(\alpha - \alpha_0)})},$$

$$C_D(\alpha) = C_{D_p} + \frac{(C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha)^2}{\pi e A R}.$$

Расчетные формулы понадобятся для выявления зависимости между углами отклонения рулевых поверхностей и физическими параметрами.

Для дальнейших исследований введу некоторые определения:

**Максимальный потребный угол отклонения руля высоты** определяется: для отклонения вверх – из условий обеспечения посадки с предельной передней центровкой, для отклонения вниз – из условий возможности выполнения горизонтального полета на максимальной скорости задней центровкой.

**Максимальный потребный угол отклонения руля направления** определяется: в одномоторных самолетах – из условий обеспечения перевода самолета из одного крена в другой, у многомоторных самолетов, имеющих двигатели на крыльях - из условия получения необходимого угла скольжения при полете с несимметричной тягой в случае остановки одного двигателя.

**Максимальный потребный угол отклонения элеронов** определяется из тех же условий, что и для руля направления, и дополнительно еще из условия поперечного управления самолетом в горизонтальном полете на больших углах атаки в беспокойном воздухе.

## Моделирование и алгоритм автоматической подстройки автопилота

Алгоритм расчета сбалансированных переменных:

1. Подать входные данные: воздушная скорость, угол траектории полета, радиус поворота
2. Рассчитать численно  $(\alpha^*, \beta^*, \varphi^*) = \arg \min \| \dot{x}^* - f(x^*, u^*) \|^2$  с помощью метода градиентного спуска:

(a) Входные сигналы:  $\alpha^*, \beta^*, \varphi^*, V_a^*, R^*, \gamma^*$

$$x = \begin{pmatrix} \dot{p}_n^* \\ p_e^* \\ \dot{h}^* \\ u^* \\ \dot{v}^* \\ w^* \\ \phi^* \\ \dot{\theta}^* \\ \psi^* \\ \dot{p}^* \\ q^* \\ r^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{don't care} \\ \text{don't care} \\ V_a^* \sin \gamma^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{V_a^*}{R^*} \cos \gamma^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b) Рассчитать:

(c) Рассчитать:  $f(x^*, u^*)$

(d) Минимизировать: J

3. Рассчитать сбалансированное состояние:

$$\left( \begin{array}{l} u^* = V_a^* \cos \alpha^* \cos \beta^* \\ v^* = V_a^* \sin \beta^* \\ w^* = V_a^* \sin \alpha^* \cos \beta^* \\ \theta^* = \alpha^* + \gamma^* \\ p^* = -\frac{V_a^*}{R^*} \sin \theta^* \\ q^* = \frac{V_a^*}{R^*} \sin \varphi^* \cos \theta^* \\ r^* = \frac{V_a^*}{R^*} \cos \varphi^* \cos \theta^* \end{array} \right)$$

4. Рассчитать входные управляющие сигналы сбалансированных состояний

$$\left( \begin{array}{l} \delta_e^* = \Phi.1 \\ \delta_i^* = \Phi.2 \\ \left( \begin{array}{l} \delta_a^* \\ \delta_r^* \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} C_{p\delta a} & C_{p\delta r} \\ C_{r\delta a} & C_{r\delta r} \end{array} \right) * \Phi.3 \end{array} \right)$$

где

$$\Phi.1. = \frac{\left[ \frac{J_{xz}(p^{*2} - r^{*2}) + (J_x - J_z)p^* r^*}{\frac{1}{2} \rho (V_a^*)^2 c S} \right] - C_{m_0} - C_{m_\alpha} \alpha^* - C_{m_q} \frac{cq^*}{2V_a^*}}{C_{m_{\delta e}}}, \quad - \text{формула отклонения руля высоты}$$

$$\Phi.2. = \sqrt{\frac{2m(-r^* v^* + q^* w^* + g \sin \theta^*) - \rho (V_a^*)^2 S \times \left[ C_X(\alpha^*) + C_{X_q}(\alpha^*) \frac{cq^*}{2V_a^*} + C_{X_{\delta e}}(\alpha^*) \delta_e^* \right]}{\rho S_{Проп.} C_{Проп.} k_{Двиг.}^2}} + \frac{(V_a^*)^2}{k_{Двиг.}^2}}, \quad - \text{формула отклонения заслонки}$$

$$\Phi.3. = \left( \begin{array}{l} \frac{-\Gamma_1 p^* q^* + \Gamma_2 q^* r^*}{\frac{1}{2} \rho (V_a^*)^2 S b} - C_{p_0} + C_{p\beta} \beta^* + C_{p_p} \frac{bp^*}{2V_a^*} + C_{p_r} \frac{br^*}{2V_a^*} \\ \frac{-\Gamma_7 p^* q^* + \Gamma_1 q^* r^*}{\frac{1}{2} \rho (V_a^*)^2 S b} - C_{r_0} + C_{r\beta} \beta^* + C_{r_p} \frac{bp^*}{2V_a^*} + C_{r_r} \frac{br^*}{2V_a^*} \end{array} \right), \quad -$$

формула отклонения элерона и руля направления

Для определения максимальных углов отклонений следует понимать общую схему работы автопилота движения в боковом направлении и продольного движения.

Автопилот продольного движения сложнее, чем автопилот бокового движения и это связано с тем, что в динамике продольного движения важно учитывать воздушную скорость, которая играет большую роль.

Основная цель автопилота – регулирование воздушной скорости и высоты. Рассмотрим режимы полета для автопилота продольного движения и обозначим цели для каждого пункта.

**Зона взлета.** Основной управляющей командой является полное открытие заслонки, после чего положение по тангажу регулируется с помощью руля высоты при фиксированном угле тангажа  $\Theta^c$ . Цель управления в этой зоне – максимизация скорости набора высоты при заданных атмосферных условиях. Регулирование воздушной скорости с помощью угла тангажа позволяет эффективно избегать некоторых состояний. Первое – когда воздушная скорость высока, что приводит к задиранию носа самолета. А второе – когда эта самая скорость ниже установленной величины, то самолет начнет пикировать. В обеих ситуациях будет увеличение либо уменьшение скорости набора высоты. Следовательно, необходимо обеспечить полное открывание заслонки и установить и зафиксировать угол тангажа. **Зона снижения.** Аналогичная предыдущей зоне, ситуация повторяется, но в зоне снижения необходимо подавать сигнал закрытия заслонки. В **зоне удержания высоты** воздушная скорость регулируется с помощью величины открывания заслонки, а высота – подачей управляющего импульса на установку угла тангажа. Значит, основная цель – продолжать регулировку высоты и воздушной скорости подачей команд по открыванию заслонки.

Проектирование автопилота продольного движения:

- **Подача входных параметров:** номинальная воздушная скорость, предельное отклонение руля высоты и коэффициенты передаточной функции.
- **Расчет и настройка параметров:** предельный угол тангажа, коэффициенты затухания, частота собственных колебаний.
- **Расчет собственных частот:** расчет собственной частоты контура тангажа, регулирования высоты, воздушной скорости.
- **Расчет коэффициентов усиления.**

Рассмотрим последний пункт.

Коэффициент усиления, используемые для стабилизации по углу тангажа

$$k_{d_0} = \frac{2\zeta_{\theta}\omega_{n_0} - a_{\theta_1}}{a_{\theta_3}}.$$

где

$$\omega_{n_0} = \sqrt{a_{\theta_2} + \frac{\delta_e^{\max}}{e_{\theta}^{\max}} |a_{\theta_3}|}.$$

Коэффициент усиления по постоянному току передаточной функции определяется по следующей формуле:

$$K_{\theta_{DC}} = \frac{k_{p_0} a_{\theta_3}}{(a_{\theta_2} + k_{p_0} a_{\theta_3})},$$

Выходной сигнал контура стабилизации по углу тангажа имеет вид:

$$\delta_e = k_{p_0} (\theta^c - \theta) - k_{d_0} q.$$

Для выдерживания высоты полета с помощью управляющих сигналов по тангажу необходимо вычислить следующие коэффициенты усиления

$$k_{i_k} = \frac{\omega_{n_k}^2}{K_{\theta_{DC}} V_a}, \quad k_{p_k} = \frac{2\zeta_h \omega_{n_k}}{K_{\theta_{DC}} V_a}.$$

Выходной сигнал контура выдерживания высоты полета с помощью угла тангажа имеет вид

$$\theta^c = k_{p_k} (h^c - h) + \frac{k_{i_k}}{s} (h^c - h).$$

Коэффициенты усиления, необходимые для выдерживания воздушной скорости

$$k_{i_{v_2}} = -\frac{\omega_{n_{v_2}}^2}{K_{\theta_{DC}} g}, \quad k_{p_{k_2}} = \frac{a_{v_1} - 2\zeta_{v_2} \omega_{n_{v_2}}}{K_{\theta_{DC}} g}.$$

Выходной сигнал контура выдерживания воздушной скорости имеет вид

$$\theta^c = k_{p_{v_2}} (V_a^c - V_a) + \frac{k_{i_{v_2}}}{s} (V_a^c - V_a).$$

И последними необходимыми коэффициентами являются коэффициенты усиления для выдерживания скоростью с помощью заслонок, а не угла тангажа.

$$k_{i_v} = \frac{\omega_{n_v}^2}{a_{v_2}}, \quad k_{p_v} = \frac{2\zeta_v \omega_{n_v} - a_{v_1}}{a_{v_2}}.$$

Если будет известен сбалансированное положение заслонки  $\delta_t^*$ , управляющий выходной сигнал блока выдерживания воздушной скорости с контуром управления заслонкой будет выражаться через формулу:

$$\delta_t = \delta_t^* + k_{p_v} (V_a^c - V_a) + \frac{k_{i_v}}{s} (V_a^c - V_a).$$

Обращаясь к динамике бокового движения, опять же акцентируем внимание на коэффициенте усиления звена пропорционального регулирования, при котором элероны достигают предельное положение, в том случае, когда ошибка крена достигала бы  $e_\varphi^{\max}$ . Тогда коэффициент усиления получим из следующей формулы

$$k_{p_\varphi} = \frac{\delta_a^{\max}}{e_\varphi^{\max}} \text{sign}(a_{\varphi_2}).$$

Аналогично предположим, что максимальная ошибка бокового скольжения задается  $e_\beta^{\max}$  и максимально допустимое отклонение руля высоты будет обозначаться как  $\delta_\beta^{\max}$ . В таком случае получаем

$$k_{p_\beta} = \frac{\delta_r^{\max}}{e_\beta^{\max}} \text{sign}(a_{\beta_2}), \quad k_{i_\beta} = \frac{1}{a_{\beta_2}} \left( \frac{a_{\beta_1} + a_{\beta_2} k_{p_\beta}}{2\zeta_\beta} \right)$$



$$\delta_r = -k_{p\beta} \beta - \frac{k_{i\beta}}{\beta} \beta.$$

С помощью полученных формул управляющих сигналов отклонения и имитационного моделирования можно будет определить возможные экстремумы коэффициентов, которые позволят вычислить максимальные углы отклонения для последующей оптимизации.

Используя графическую среду имитационного моделирования, позволяющую при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов построить динамическую модель, смоделируем нелинейную систему уравнений динамики движения самолета.

На рис. 11 представлен внутренний блок расчета аэродинамических сил и моментов.

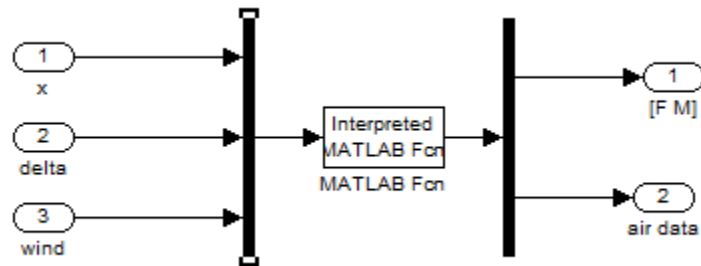


Рис. 11 Схема расчета

Под пунктом 1-3 представлены следующие переменные

pn = x(1);		
pe = x(2);		
pd = x(3);		
u = x(4);		w_ns = wind(1); North
v = x(5);	delta_e = delta(1);	w_es = wind(2); East
w = x(6);	delta_a = delta(2);	w_ds = wind(3); Down
phi = x(7);	delta_r = delta(3);	u_wg = wind(4); gust along body x-axis
theta = x(8);	delta_t = delta(4);	v_wg = wind(5); gust along body y-axis
psi = x(9);		w_wg = wind(6); gust along body z-axis
p = x(10);		
q = x(11);		
r = x(12);		

В центральном блоке вычисляются действующие силы, моменты, которые подаются на выход 1, и воздушная скорость, угол атаки и угол скольжения:

$$Rb\_v = [\cos(\theta)*\cos(\psi) \sin(\phi)*\sin(\theta)*\cos(\psi)-\cos(\phi)*\sin(\psi) \cos(\phi)*\sin(\theta)*\cos(\psi)+\sin(\phi)*\sin(\psi); \dots \\ \cos(\theta)*\sin(\psi) \sin(\phi)*\sin(\theta)*\sin(\psi)+\cos(\phi)*\cos(\psi) \cos(\phi)*\sin(\theta)*\sin(\psi)-\sin(\phi)*\cos(\psi); \dots \\ -\sin(\theta) \sin(\phi)*\cos(\theta) \cos(\phi)*\cos(\theta)];$$

$$w\_n = w\_ns + [\cos(\theta)*\cos(\psi) \sin(\phi)*\sin(\theta)*\cos(\psi)-\cos(\phi)*\sin(\psi) \cos(\phi)*\sin(\theta)*\cos(\psi)+\sin(\phi)*\sin(\psi)* \\ \sin(\theta)*\cos(\psi)+\sin(\phi)*\sin(\psi)]*[u\_wg, v\_wg, w\_wg];$$

$$w\_e = w\_es + [\cos(\theta)*\sin(\psi) \sin(\phi)*\sin(\theta)*\sin(\psi)+\cos(\phi)*\cos(\psi) \cos(\phi)*\sin(\theta)*\sin(\psi)-\sin(\phi)*\cos(\psi)* \\ \sin(\theta)*\sin(\psi)-\sin(\phi)*\cos(\psi)]*[u\_wg, v\_wg, w\_wg];$$

$$w\_d = w\_ds + [-\sin(\theta) \sin(\phi)*\cos(\theta) \cos(\phi)*\cos(\theta)]*[u\_wg, v\_wg, w\_wg];$$

Расчет air data:

$$vb\_a = [u, v, w]' - Rb\_v*[w\_ns, w\_es, w\_ds]' - [u\_wg, v\_wg, w\_wg]';$$

$$Va = \text{norm}(vb\_a);$$

$$\alpha = \text{atan2}(vb\_a(3), vb\_a(1));$$

$$\beta = \text{asin}(vb\_a(2)/Va);$$

Расчет коэффициентов:

$$Cx = -P.C\_D\_alpha*\cos(\alpha)$$

$$+ Va = \text{norm}(vb\_a);$$

$$+ \alpha = \text{atan2}(vb\_a(3), vb\_a(1));$$

$$+ \beta = \text{asin}(vb\_a(2)/Va);$$

$$Cx = -(P.C\_D\_alpha*\alpha + P.C\_D\_0)*\cos(\alpha) + (P.C\_L\_alpha*\alpha + P.C\_L\_0)*\sin(\alpha);$$

$$+ Cxq = -P.C\_D\_q*\cos(\alpha) + P.C\_L\_q*\sin(\alpha);$$

$$+ Cxd = -P.C\_D\_delta\_e*\cos(\alpha) + P.C\_L\_delta\_e*\sin(\alpha);$$

$$+ Cz = -(P.C\_D\_alpha*\alpha + P.C\_D\_0)*\sin(\alpha) - (P.C\_L\_alpha*\alpha + P.C\_L\_0)*\cos(\alpha);$$

$$+ Czq = -P.C\_D\_q*\sin(\alpha) - P.C\_L\_q*\cos(\alpha);$$

$$+ Czd = -P.C\_D\_delta\_e*\sin(\alpha) - P.C\_L\_delta\_e*\cos(\alpha);$$

Расчет аэродинамических сил и моментов

$$\text{Force}(1) = -P.\text{mass}*g*\sin(\theta) + 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*;$$

$$\text{Force}(2) = 0;$$

$$\text{Force}(3) = 0;$$

$$\text{Force}(1) = -P.\text{mass}*P.\text{gravity}*\sin(\theta) + 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*(Cx + Cxq*P.c/2/Va*q + Cxd*delta\_e) + \\ + 1/2*P.\rho*P.S\_prop*P.C\_prop*((P.k\_motor*delta\_t)^2 - Va^2);$$

$$\text{Force}(2) = P.\text{mass}*P.\text{gravity}*\cos(\theta)*\sin(\phi) + 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing* \\ *(P.C\_Y\_0 + P.C\_Y\_beta*\beta + P.C\_Y\_p*P.b/2/Va*p + P.C\_Y\_r*P.b/2/Va*r + \\ + P.C\_Y\_delta\_a*delta\_a + P.C\_Y\_delta\_r*delta\_r);$$

$$\text{Force}(3) = P.\text{mass}*P.\text{gravity}*\cos(\theta)*\cos(\phi) + 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*(Cz + Czq*P.c/2/Va*q + Czd*delta\_e);$$

$$\text{Torque}(1) = 0; \text{Torque}(2) = 0; \text{Torque}(3) = 0;$$

$$\text{Torque}(1) = 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*P.b*(P.C\_ell\_0 + P.C\_ell\_beta*\beta + P.C\_ell\_p*P.b/2/Va*p + \\ + P.C\_ell\_r*P.b/2/Va*r + P.C\_ell\_delta\_a*delta\_a + P.C\_ell\_delta\_r*delta\_r) - P.k\_T\_P*k\_Omega^2*delta\_t^2;$$

$$\text{Torque}(2) = 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*P.c*(P.C\_m\_0 + P.C\_m\_alpha*\alpha + \\ + P.C\_m\_q*P.c/2/Va*q + P.C\_m\_delta\_e*delta\_e);$$

$$\text{Torque}(3) = 1/2*P.\rho*Va^2*P.S\_wing*P.b*(P.C\_n\_0 + P.C\_n\_beta*\beta + P.C\_n\_p*P.b/2/Va*p + \\ + P.C\_n\_r*P.b/2/Va*r + P.C\_n\_delta\_a*delta\_a + P.C\_n\_delta\_r*delta\_r);$$

Внешний блок вычислений представлен на рис.12

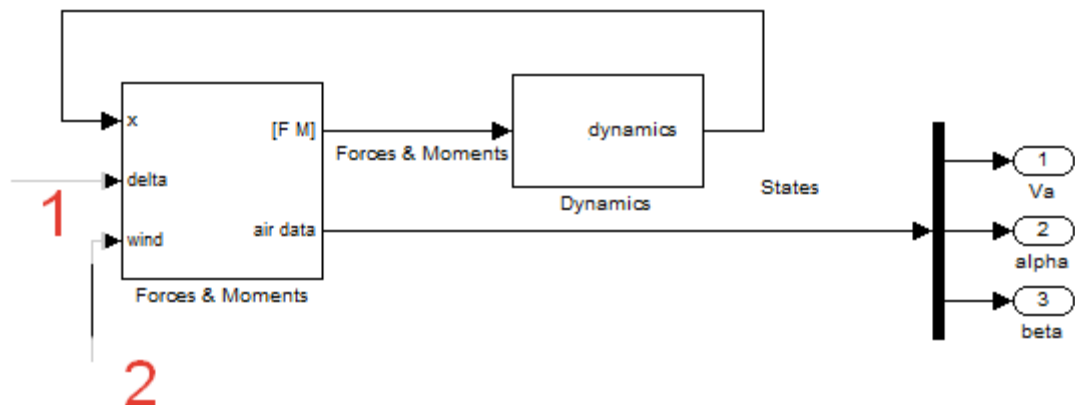


Рис. 12 Внешний блок вычислений

На выход каждого цикла будут выводиться значения воздушной скорости, угла атаки и угла скольжения.

Продолжая дальше работать с имитационной моделью, для наглядности будут выведены графики зависимости углов отклонения, для определения максимальной возможных значений.

## **Заключение**

В данной работе были определены системы координат, необходимые для изучения динамического поведения БПЛА: инерциальная система координат, система координат летательного аппарата, связанная и полусвязанная система координат. Также были представлены управляющие поверхности, используемые для изменения аэродинамических сил и моментов.

Рассмотрены:

- аэродинамика продольных движений, в частности подъемная сила, сила лобового сопротивления (с учетом угла атаки) и момента тангажа,
- аэродинамика бокового движения: боковые силы, моменты крена и отклонение от курса.

Представлен алгоритм расчета сбалансированных переменных.

С помощью графической среды имитационного моделирования, была сформирована общая блок-схема расчета аэродинамических сил и моментов.

В дальнейшей работе планируется:

- разбор график-зависимостей имитационной модели аэродинамики самолета, для вычисления максимальных управляющих сигналов;
- определение максимальных и оптимальных значений углов отклонений управляющих поверхностей из физических параметров летательного аппарата.

## Список литературы

- [1] Randal W. Beard, Timothy W. McLain. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. Hardcover, 2012.
- [2] Официальный сайт по беспилотным летательным аппаратам. <http://bp-la.ru/>
- [3] R.F. Stengel, Flight Dynamics, Princeton, NJ: Princeton University Press, 2004
- [4] Энциклопедия по машиностроению XXL. <http://mash-xxl.info/>
- [5] И.В.Черных. "Simulink: Инструмент моделирования динамических систем", уч. пособие.
- [6] Александров В.Г. «Авиационный технический справочник»
- [7] Ю.И. Янкевич, В.А. Подобедов, А.В. Матвеев, Е.Д. Икрянников, А.А. Махуков Ю.И. Янкевич, В.А. Подобедов, А.В. Матвеев, Е.Д. Икрянников, А.А. Махуков, "Моделирование движения беспилотного летательного аппарата в среде программирования MATLAB/Simulink".
- [8] Т.Б. Близнова, Ю.Г. Оболенский, В.А. Полковников, "Определение предельных динамических характеристик рулевого привода на основе предельных режимов полета самолета", Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 61
- [9] M.W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control". NewYork: John-Wiley & Sons, inc., 1989
- [10] А.А. Лебедев, Л.С. Чернобровкин Л.С., "Динамика полета беспилотных летательных аппаратов", Государственное научно-техническое издательство Оборонгиз, Москва, 1962.
- [11] О.Н. Зинченко, "Беспилотные летательные аппараты: применение в целях аэрофотосъемки для картографирования (часть 1)", «Ракурс», Москва.