

**Санкт-Петербургский Государственный Университет**

**Математико-механический факультет**

Кафедра системного программирования

**Восстановление смазанных или  
размытых зашумлённых изображений**

Курсовая работа студента 345 группы  
Шувалова Иннокентия Петровича

Научный руководитель — к.ф.м.н. А.Т. Вахитов

Санкт-Петербург — 2011

## **Содержание**

Содержание .....	2
Введение .....	3
Математическая модель и постановка задачи .....	4
Подбор ядра искажения .....	6
Восстановление .....	8
Результаты экспериментов .....	10
Заключение .....	15
Список литературы.....	16

## **Введение**

Под словами «повышение качества изображений» я буду иметь в виду восстановление тех фотографий, которые в процессе съемки подверглись различным искажениям и воздействию эффекта цифрового шума.

Эта проблема является весьма важной и актуальной по двум причинам: во-первых, исследования в этой области имеют множество вариантов применения на практике в таких сферах как: любительская или бытовая фотография, применение камер наблюдения, использование фотографий или видеозаписей при ведении расследований или в качестве доказательств в суде, космическая фотосъемка. Во-вторых, надо понимать, что достигнутые на данный момент практические результаты хотя уже и довольно значительны, но всё ещё далеки от идеальных или хотя бы от желаемых.

К повышению качества фотографий существуют различные подходы такие как, например, распознавание, которые могут принадлежать к совершенно разным отраслям науки. В своей работе я буду рассматривать один из методов прямого восстановления.

## 1. Математическая модель и постановка задачи

В моей модели изображения отождествляются с матрицами освещенностей — вещественными конечномерными матрицами с коэффициентами из отрезка  $[0; 255]$ . При моделировании ч/б изображений каждый элемент матрицы соответствует одному пикселю изображения и своим значением задает количество цвета, цветные фотографии моделируются тройкой матриц, отвечающих красной, зеленой и синей составляющим спектра.

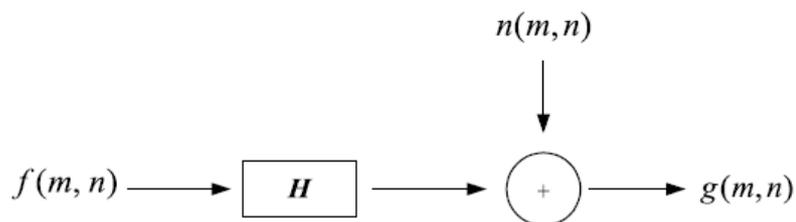
Я буду обозначать эти латинскими буквами как функции от двух натуральных переменных:

$z(m, n) \in R$  — есть значение элемента матрицы  $z$  с координатами  $(m, n)$  или (что то же самое) цвет пикселя с этими координатами в фотографии  $z$ .

Далее, через  $f(m, n)$  я обозначу наблюдаемое неискаженное изображение, которое и требуется отыскать, через  $g(m, n)$  — наблюдаемое изображение, т.е. входные данные программы, через  $n(m, n)$  — матрицу значений цифрового шума в каждой точке и через  $H$  — оператор действующий в поле вышеописанных матриц, отвечающий процессу искажения, который в таком случае может быть кратко описан как:

$$g(m, n) = H[f(m, n)] + n(m, n) \forall m, n$$

или представлен схематично, как показано на Рис.1:



**Рис.1** схема процесса искажения изображения

Теперь я более подробно опишу действие оператора искажения  $H$ . Каждому оператору в моей модели будет соответствовать матрица  $h(m, n)$ , называемая ядром оператора. Действие  $H[f]$  будет определяться как матричная свёртка ядра с аргументом:

$$H[f] = h * f(m, n),$$

что соответствует взятию обратного дискретного преобразования Фурье от поэлементного произведения преобразований Фурье матриц ядра и аргумента:

$$H[f] = (\hat{h} * \hat{f})^\vee,$$

где символы  $\hat{\phantom{x}}$  и  $\vee$  обозначают прямое и обратное преобразование Фурье соответственно.

Таким образом задача заключается в том, чтобы получить  $\tilde{f}(m, n)$  — некоторое приближение  $f(m, n)$  подобрав ядро оператора  $H$  наилучшим образом. К сожалению, узнать его точно в большинстве случаев не представляется возможным, поэтому я буду использовать наиболее подходящие модели, основываясь на результатах экспериментов.

## 2. Подбор ядра искажения

Я буду рассматривать самые часто встречающиеся варианты искажений и приведу схему построения ядра для каждого из них :

1. *Motion blur* — смазанность, возникающая из-за движения объекта съемки перпендикулярно направлению камеры.

1.1. Одномерный случай. Удобно выделять из всех таких движений строго горизонтальное, в виду его большей распространенности. Встречается, например, при фотографировании движущегося автомобиля. В этом случае ядро  $h$ , если  $L$  — длина следа в пикселях, представляется как:

$$h(m) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{при } -\frac{L}{2} \leq m \leq \frac{L}{2} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases}$$

1.2. Двумерный случай

$$h(m) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{при } -\frac{L}{2} \leq m \leq \frac{L}{2} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases}$$

2. *Gaussian Blur* — размытие по гауссу. Этот вид искажения часто умышленно применяется к уже отснятым фотографиям при их первичной обработке для уменьшения шума, но при этом также и падает уровень резкости, что может в дальнейшем оказаться нежелательным. В природе этот тип искажений встречается при космической фотографии и появляется вследствие турбулентности атмосферы.

2.1. Одномерный случай. (параметр  $\sigma$  задает силу размытия)

$$h(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma^2}\right)$$

2.2. Двумерный случай — размытость из-за турбулентности атмосферы.

$$h(m, n) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{m^2+n^2}{2\sigma^2}\right)$$

3. *Out-of-focus blur* — размытость из-за неточной наводки фокусного расстояния.  $R$  обозначает радиус размытости в пикселях.

$$h(m, n) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{при } \sqrt{m^2 + n^2} \leq R \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases}$$

Следует отметить, что в случае, если фотография была искажена сразу несколькими способами, например, а, b и с, то в качестве ядра следует брать свертку ядер, соответствующих этим искажениям:

$$h_{abc} = h_a * h_b * h_c$$

### 3. Восстановление

#### 3.1. Восстановление при отсутствии шума

Итак, подобрав ядро, мы имеем наблюдаемое изображение  $g$  и ядро  $h$ . Напомню, что мы предполагаем, что процесс искажения проходил по следующей схеме:

$$g(m, n) = H[f(m, n)] + n(m, n)$$

В рассматриваемом сейчас случае шум  $n$  равен нулю во всех точках, так что применив преобразование Фурье к этому уравнению мы получаем:

$$G(u, v) = H(u, v) * F(u, v),$$

где  $G$ ,  $H$  и  $F$  — уже комплексные, а не вещественные матрицы

Это равенство выполняется для всех  $u$  и  $v$ , так что рассмотрим произвольную пару индексов  $(u_0, v_0)$ . Если комплексное число  $H(u_0, v_0) \neq 0$ , то мы можем на него разделить и получить искомое значение  $F(u_0, v_0)$ . Однако иногда происходит так, что  $H(u_0, v_0) = 0$  и делить на него нельзя. В таком случае будем просто полагать  $F(u_0, v_0) = 0$ .

Действуя так, мы получаем комплексную матрицу  $F$  и, посчитав от этой матрицы обратное преобразование Фурье, получаем искомое изображение  $f$ .

Конечно, такая ситуация, при которой мы можем рассчитывать на отсутствие шума на фотографии встречается чрезвычайно редко, но зато в таком случае результаты превосходят все ожидания, как видно из приведенных ниже экспериментов.

#### 3.2. Восстановление в общем случае

Действуя похожим образом мы получаем следующую формулу:

$$\hat{F}(u, v) = \left( \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right) \frac{G(u, v)}{H(u, v)},$$

где  $K$  — это вещественный параметр, наилучшее значение для которого следует определять экспериментальным путем для каждого конкретного случая. С математической же точки зрения  $K$  есть отношение спектральных функций для матриц  $n$  и  $f$ , т.е. является неизвестным с точки зрения алгоритма, т. к. матрицу  $f$  мы не знаем.

Очевидно, формулу для предыдущего случая мы получаем подставляя  $K=0$ , что как раз и значит, что шум у нас равен нулю во всех точках.

Таким образом в этом случае (т. е. практически всегда) для восстановления исходного изображения после определения оптимального ядра искажения, следует произвести ряд испытаний, подставляя в формулу различные значения числа  $K$ , после чего выбрать наилучший результат.

## 4. Результаты экспериментов

По традиции эксперименты я проводил над фотографией Лены (Рис. 2) следующим образом: для каждой модели сначала я генерировал искаженное изображение, применяя свертку соответствующим ядром и добавлял случайный шум. Затем, зная ядро, я вручную подбирал значение параметра  $K$  и вычислял приближение исходного изображения. Также я провел несколько экспериментов без добавления шума.



Рис. 2 оригинальная неискаженная фотография Лены.

### 4.1. Результаты восстановления незашумленных изображений

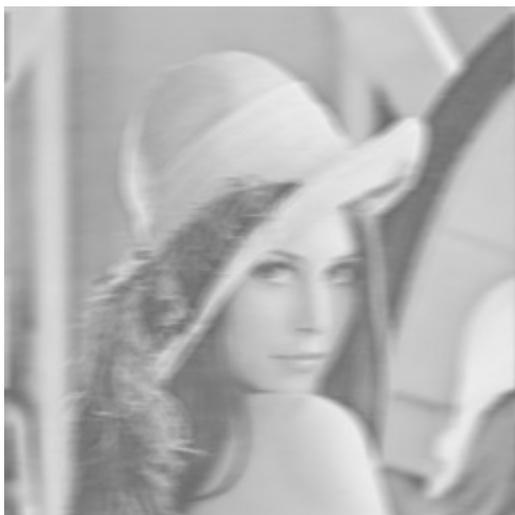


Рис. 3 *ID motion blur* с длиной следа 17px    Рис. 4 восстановленная фотография из Рис. 3



**Рис. 5** *2D Gaussian blur* при  $\sigma=4$



**Рис. 8** восстановленная фотография из Рис. 5



**Рис. 7** *out-of-focus blur* при радиусе  
размытия  $R=18$  px



**Рис. 8** восстановленная фотография из Рис. 7

## 4.2. Результаты восстановления зашумленных изображений



**Рис. 9** *1D motion blur* с длиной следа  $L=17$  px и количеством шума не более 0.4%



**Рис. 10** восстановленная фотография из Рис. 9 при  $K=0.003$



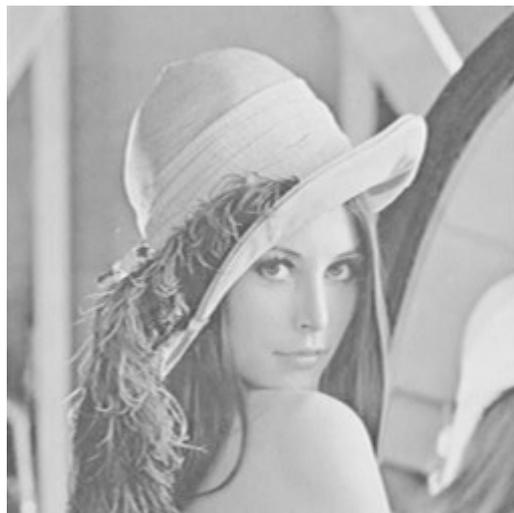
**Рис. 11** *2D motion blur* с длиной следа  $L=8$  px и количеством шума не более 0.5%



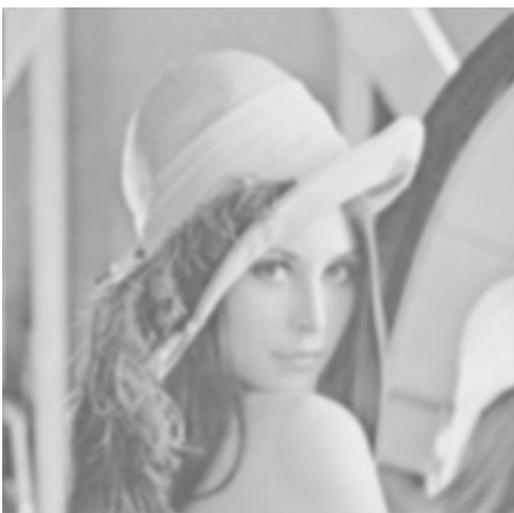
**Рис. 12** восстановленная фотография из Рис. 11 при  $K=0.003$



**Рис. 13** *1D Gaussian blur* при  $\sigma=2$  и количестве шума не более 0.5%



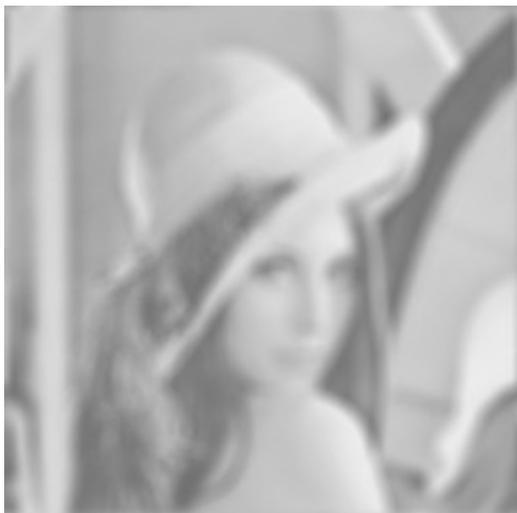
**Рис. 14** восстановленная фотография из Рис. 13 при  $K=0.02$



**Рис. 15** *2D Gaussian blur* при  $\sigma=3$  и количестве шума не более 1%



**Рис. 16** восстановленная фотография из Рис. 15 при  $K=0.001$



**Рис. 17** *out-of-focus blur* при радиусе размытия  $R=10$   $p_x$  и количестве шума не более 0.6%



**Рис. 18** восстановленная фотография из Рис. 17 при  $K=0.0012$



**Рис. 19** *out-of-focus blur* при радиусе размытия  $R=15$   $p_x$  и количестве шума не более 1%



**Рис. 20** восстановленная фотография из Рис. 19 при  $K=0.0015$

## **Заключение**

В результате курсовой работы был реализован один из подходов к восстановлению смазанных или размытых зашумленных изображений. Метод подразумевает наличие сведений о процессе искажения изображения, что, конечно, налагает некоторые ограничения на сферу применения этого алгоритма. Но с другой стороны, в случае когда известная информация о ядре искажения соответствует действительности, такой подход может значительно превзойти подходы, пытающиеся моделировать ядро автоматически.

Реализованный алгоритм подразумевает неаппаратную оценку полученных результатов для каждого конкретного случая с разными значениями параметра и выбор наилучшего варианта в ручную.

## Список литературы

1. Che-Yen Wen, Chien-Hsiung Lee. Point spread functions and their applications to forensic image restoration. Forensic Science Journal 2002; 1:15-26
2. Richardson W. H. Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration. Journal of the Optical Society of America, volume 62, number 1, January 1972
3. Fabian R. Malah D. Robust Identification of Motion and Out-of-Focus Blur Parameters from Blurred and Noisy Images. CVGIP: Graphical Models and Image Processing
4. Qi Shan, Jiaya Jia, Aseem Agarwala. High-quality Motion Deblurring from a Single Image. ACM SIGGRAPH conference proceedings