

Проектирование (ортография, перспектива)

Who? Александр Вахитов

When? October 4, 2014

План лекции

Ответы на
вопросы

Проектирование
в
компьютерной
графике

Орфография

Модель
проектирования
в
компьютерном
зрении

Задание прямой в однородных координатах

$$x_p = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \quad y_p = \begin{pmatrix} y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$l: n^T x + b = 0 = n^T y + b$$

$$l_p^T x_p = 0 = l_p^T y_p$$

Проведение прямой через две точки

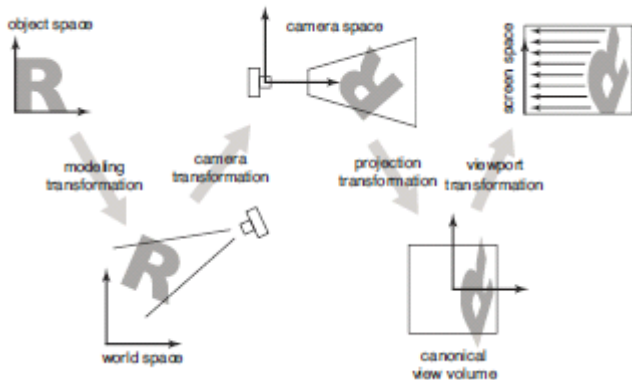
$$c = a \times b \Rightarrow c^T a = c^T b = 0$$

$$l_p = x_p \times y_p$$

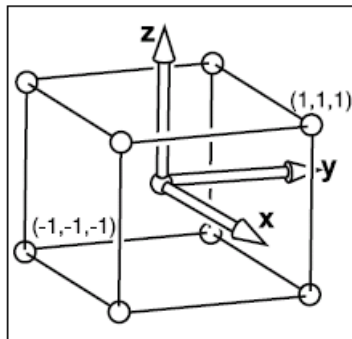
Расстояние до прямой от z_p :

$$\frac{l_p^T z_p}{\sqrt{l_{p1}^2 + l_{p2}^2}}$$

Общая схема проектирования



Viewport-трансформация



Канонический куб:

Viewport - трансформация из канонического куба (куба с ребром 2, centered в начале координат и выровненного по осям) в экранные координаты

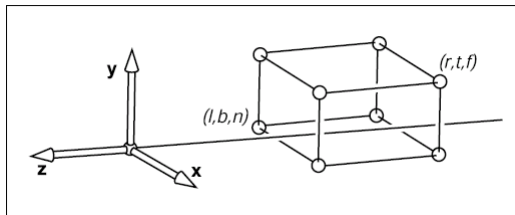
Viewport-трансформация

$$M_{vp} = \begin{pmatrix} \frac{n_x}{2} & 0 & 0 & \frac{n_x-1}{2} \\ 0 & \frac{n_y}{2} & 0 & \frac{n_y-1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[-1; 1]^2 \rightarrow [-0,5; n_x - 0,5] \times [-0,5; n_y - 0,5]$$

Ортографическая проекция

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow [-1, 1]^3$$



- b - bottom, t - top
- n - near, f - far
- ...

Ортографическая проекция

$$M_{orth} = \begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{2}{n-f} & -\frac{n+f}{n-f} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Проектирование ортографической камерой

$$\begin{pmatrix} x_{pixel} \\ y_{pixel} \\ z_{canonical} \\ 1 \end{pmatrix} = (M_{vp} M_{orth}) \begin{pmatrix} x_{camera} \\ y_{camera} \\ z_{camera} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Перспективная камера

Интуиция: одномерная камера

$$\begin{pmatrix} y_p \\ 1 \end{pmatrix} =_h \begin{pmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (*)$$

(*) Здесь и далее $=_h$ - равенство в однородных координатах

d - расстояние от камеры до плоскости, точки в которой остаются неизменными

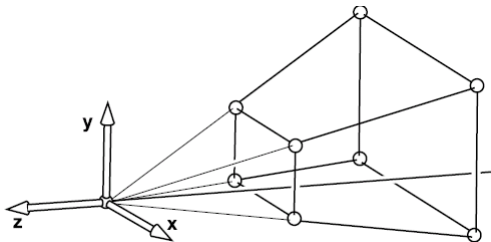
Перспективная камера

$$P = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n+f & -fn \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} nx \\ ny \\ (n+f)z - fn \\ z \end{pmatrix} =_h \begin{pmatrix} \frac{nx}{z} \\ \frac{ny}{z} \\ n + f - \frac{fn}{z} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Обратите внимание на случаи $z = n$, $z = f$

Перспективная камера



Трансформации для перспективного проектирования

$$M = M_{vp}M_{orth}P = M_{vp}M_{persp}$$

Угол обзора

Где место углу обзора?

$$b = -t \Rightarrow \theta = 2 \operatorname{atan}(t/|n|)$$

Проектирование из координат модели

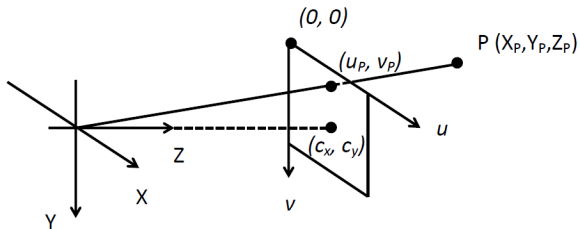
В графике координаты задаются “в пространстве модели” (мира, глобальном пространстве)

Проектирование выше применялось к координатам, привязанных к камере

Следовательно, полная цепочка трансформаций:

$$M = M_{viewport} M_{projection} M_{world-to-cam}$$

Проективная камера в 3D



$$u = f \frac{X}{Z} + c_x; \quad v = f \frac{Y}{Z} + c_y$$

Матричное представление проектирования

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} =_h \begin{pmatrix} f & 0 & c_x \\ 0 & f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$